

## MÉTODO DE DISEÑO SÍSMICO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS PARA MARCOS DE CONCRETO REFORZADO

Saúl López<sup>(1)</sup> y A. Gustavo Ayala<sup>(2)</sup>

### RESUMEN

Se presenta un método novedoso de diseño sísmico basado en desplazamientos para marcos de concreto reforzado. Su formulación se sustenta en el concepto de sistema de referencia, el cual radica en la caracterización de la respuesta estructural mediante las propiedades elásticas e inelásticas del modo fundamental. El método propuesto consiste en la construcción de una curva bilineal de pseudoaceleración vs desplazamientos espectrales, denominada curva de comportamiento; el desplazamiento de fluencia se define acorde con la geometría y propiedades de la estructura, y el desplazamiento último se limita con base en una distorsión objetivo asociada al estado límite considerado. Los elementos estructurales se diseñan con las fuerzas obtenidas de un análisis elástico simplificado para las demandas definidas en dicha curva. Este método permite garantizar un estado límite mediante un procedimiento de diseño transparente y directo por lo que se puede considerar como una alternativa viable en la práctica de la ingeniería sísmica.

**Palabras clave:** diseño sísmico basado en desplazamientos, sistema de referencia, curva de comportamiento, estado límite

### ABSTRACT

An innovative displacement based seismic design method for reinforced concrete framed structures is presented. Its formulation is based on the concept of reference system, which relies on the characterization of structural response by the means of the elastic and inelastic properties of the fundamental mode. The method proposed consists in the construction of a bilinear curve of spectral accelerations vs displacements; the yield displacement is defined in consistency with the geometry of the structure and the properties of its components, and the ultimate displacement is limited according to the target drift associated to the limit state considered. The structural elements are designed with the forces obtained from a simplified elastic analysis for the demands defined in such curve.

**Keywords:** displacement based seismic design, reference system, behavior curve, simplified linear models

---

Artículo ganador del VII Concurso Nacional de Tesis de Maestría y Doctorado de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica. Aceptado para su publicación el 15 de febrero de 2013.

<sup>(1)</sup> Estudiante de Doctorado del Programa de Posgrado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Coyoacán, 04510 México, D. F., México, e-mail: [slopezr@iingen.unam.mx](mailto:slopezr@iingen.unam.mx)

<sup>(2)</sup> Profesor Investigador, Coordinación de Mecánica Aplicada, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Coyoacán, 04510 México, D.F., México, e-mail: [gayalam@iingen.unam.mx](mailto:gayalam@iingen.unam.mx)

## INTRODUCCIÓN

El objetivo de la ingeniería sísmica es, desde sus inicios, asegurar que las edificaciones se comporten de manera apropiada durante los eventos sísmicos que pudieran presentarse durante su vida útil. Conforme con el desarrollo del conocimiento del comportamiento sísmico de las estructuras, los métodos de análisis y diseño han evolucionado paralelamente en pos de conseguir una mejor predicción y/o control del comportamiento estructural en estos eventos. No obstante, los métodos convencionales de diseño sísmico más utilizados en la actualidad, *i.e.*, aquellos contenidos en los reglamentos de diseño, se basan en el uso de fuerzas, enfoque tradicional que se ha mantenido por comodidad, sin embargo, no es el más apropiado para controlar la respuesta sísmica de una estructura (fib, 2003).

El enfoque de diseño sísmico basado en fuerzas consiste en diseñar las estructuras con los elementos mecánicos obtenidos de un análisis lineal utilizando fuerzas derivadas de espectros de diseño elásticos afectados por factores de reducción que consideran, entre otros aspectos, el comportamiento inelástico de las estructuras, intrínseco a la aceptación de daño en ciertos elementos estructurales durante sismos intensos. Si bien estos métodos incluyen al final del procedimiento una revisión indirecta de desplazamientos o distorsiones de entrepiso, índices de desempeño que se utilizan comúnmente, no son capaces de garantizar el desempeño estructural de manera eficiente, tal como eventos sísmicos recientes mostraron.

Debido a lo anterior, la tendencia actual de la ingeniería sísmica consiste en estimar de manera más razonable, e incluso controlar efectivamente, el comportamiento de las edificaciones ante los distintos niveles de intensidad sísmica a las que pudiera estar sujeta, mediante el control directo de los factores o parámetros que influyen en la respuesta estructural. Este enfoque es lo que se conoce en la actualidad como filosofía de diseño sísmico basada en el desempeño, DBSD; en años recientes se han desarrollado diversos métodos alternativos consistentes con este enfoque, particularmente, métodos que utilizan desplazamientos como índice de desempeño, *e.g.*, Moehle (1992), Priestley *et al.* (2007), Kappos *et al.* (2010), entre otros; debido a la comodidad de cuantificar el daño estructural por medio de una medida tangible.

Sin embargo, los métodos existentes de DSBD son, en general, poco transparentes y/o requieren de conocimiento y herramientas especializados, razón por la cual su uso no se ha generalizado en la práctica profesional. Por este motivo, este grupo de trabajo propone un método alternativo de diseño sísmico basado en desplazamientos para estructuras conformadas por marcos. El método propuesto se sustenta en principios básicos de dinámica estructural e hipótesis realistas concernientes al comportamiento de los materiales, permitiendo de esta manera, un diseño controlado y eficiente mediante la aplicación de un procedimiento transparente y de fácil aplicación. El presente artículo ilustra con detalle su base conceptual, discutiéndose las hipótesis principales consideradas; el procedimiento de diseño y recomendaciones pertinentes a su uso. Asimismo, con la finalidad de mostrar la efectividad del método, se presentan 2 ejemplos de aplicación y la validación correspondiente por medio de análisis no lineales paso a paso de las estructuras diseñadas.

## MÉTODO PROPUESTO DE DISEÑO SÍSMICO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS

El método de diseño propuesto (López, 2010), consiste en la definición de una curva bilineal de pseudoaceleración,  $S_a$ , vs. desplazamiento espectrales,  $S_d$ , correspondiente al modo fundamental de un sistema estructural, la cual está asociada a un nivel de desempeño, *e.g.*, estado límite último, acorde con el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, RCDF, (GDF, 2004), o estado límite de seguridad de vida, según FEMA 273, (FEMA, 1997). El desplazamiento de fluencia se define en función de la

geometría de la estructura y de las propiedades mecánicas de los elementos que la componen. El desplazamiento último de la curva se define en función de la distorsión permisible para el nivel de desempeño considerado y una distribución de daño en la estructura consistente con éste. Finalmente, se realiza el análisis de la estructura en cuestión para la demanda de resistencia definida en la curva bilineal y se diseña la estructura con los elementos mecánicos obtenidos.

Acorde con su formulación, este método está concebido para sistemas estructurales cuya respuesta estructural, tanto en el rango elástico como en el inelástico, se rige principalmente por el mismo modo de vibrar durante el evento sísmico, característica común de una amplia variedad de edificaciones, *e.g.*, edificios conformados por marcos rígidos. En los párrafos subsecuentes se presenta su base conceptual y se discuten detalladamente las hipótesis y simplificaciones consideradas.

### Sistema de referencia

El concepto fundamental en que se basa el método propuesto es el de sistema de referencia, que se define como un oscilador bilineal de un grado de libertad, cuyas características corresponden a las del modo fundamental, mediante el cual es posible aproximar la respuesta elástica y máxima de un sistema de múltiples grados de libertad con comportamiento inelástico (Ayala, 2001). Por consiguiente, la descripción del comportamiento estructural se realiza por medio del trazo de  $S_a$  vs.  $S_d$  del sistema de referencia, que en este método se denomina curva de comportamiento (ver fig. 1). De acuerdo con principios básicos de dinámica estructural, es posible aproximar la curva de capacidad del sistema estructural a partir de la curva de comportamiento (Freeman *et al.*, 1984).

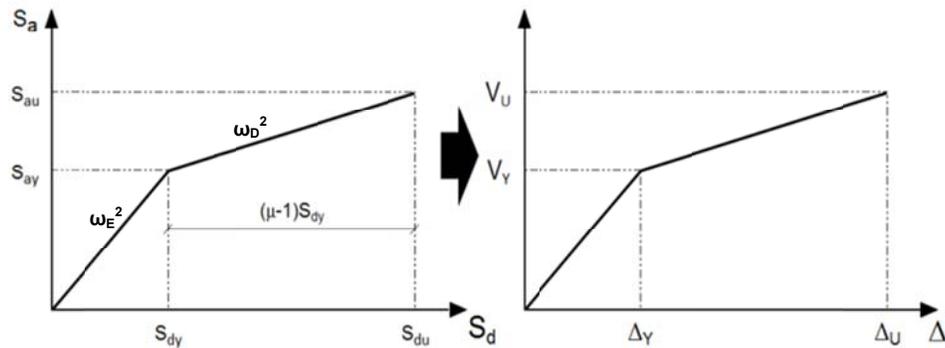


Figura 1 Curva de comportamiento y curva de capacidad

Los puntos que definen las ramas de la curva de comportamiento se denominan puntos característicos: fluencia,  $(S_{dy}, S_{ay})$ , y último,  $(S_{du}, S_{au})$ . La primera rama representa la etapa de comportamiento elástico del sistema, y la segunda describe las características de su etapa inelástica, esta última asociada a un estado de daño. Las pendientes de la curva son las frecuencias circulares al cuadrado,  $\omega_E^2$  y  $\omega_D^2$ , correspondientes a cada etapa de comportamiento. Los niveles de resistencia de los elementos estructurales que se comportan elásticamente y aquellos que presentan daño, están directamente relacionados con  $S_{ay}$  y  $S_{au}$ , respectivamente.

### Representación de la curva de comportamiento mediante osciladores lineales de referencia

Dada una curva de comportamiento asociada a un sistema de referencia bilineal, es posible representar dicha curva como la superposición de las respuestas de dos osciladores lineales de un grado de

libertad, cuyas características están asociadas a las propiedades elásticas y de posfluencia de la estructura en cuestión.

Según los conceptos básicos de dinámica estructural, la respuesta de un oscilador de un grado de libertad con comportamiento bilineal esta descrito por las ecuaciones siguientes:

$$S_{dy} = \frac{S_{ay}}{\omega_E^2} \quad (1)$$

$$S_{du} = \mu S_{dy} \quad (2)$$

$$S_{au} = [1 + \alpha(\mu - 1)] S_{ay} \quad (3)$$

$$\alpha = \left( \frac{\omega_D}{\omega_E} \right)^2 = \left( \frac{T_E}{T_D} \right)^2 \quad (4)$$

donde  $\mu$  es la ductilidad,  $T_E$  y  $T_D$  son los periodos fundamentales de las etapas elástica y de posfluencia, respectivamente, asociadas a  $\omega_E$  y  $\omega_D$ , y  $\alpha$  es la razón entre la rigidez de posfluencia a elástica.

La ec. 1 muestra la relación entre el desplazamiento y la seudo aceleración espectral de la etapa elástica, en donde se observa que dicha relación se puede obtener de la respuesta de un oscilador lineal con masa unitaria, rigidez elástica  $k_E = \omega_E^2$  y sujeto a un cortante basal  $1 \times S_{ay}$  (ver fig. 2a). De manera similar, la etapa inelástica (o de posfluencia) del sistema se puede representar mediante un oscilador lineal con una rigidez asociada al estado de daño de la estructura, lo cual es demostrable por medio del desarrollo de las ecuaciones anteriores.

De la ec. 2, el desplazamiento inelástico del sistema bilineal,  $S_{dp}$ , se define como:

$$S_{dp} = S_{du} - S_{dy} = (\mu - 1) S_{dy} \quad (5)$$

Sustituyendo la ec. 1 en 5:

$$S_{dp} = (\mu - 1) \frac{S_{ay}}{\omega_E^2} \quad (6)$$

De acuerdo con la ec. 5, la ec. 2 se puede reescribir de la manera siguiente:

$$S_{dp} = \alpha(\mu - 1) \frac{S_{ay}}{\omega_D^2} \quad (7)$$

La seudo aceleración espectral correspondiente a la etapa inelástica, *i.e.*, la resistencia por unidad de masa complementaria de posfluencia del sistema bilineal se deduce de la ec. 3:

$$S_{ap} = S_{au} - S_{ay} = \alpha(\mu - 1) S_{ay} \quad (8)$$

Por lo tanto, el desplazamiento espectral complementario del sistema se define como:

$$S_{dp} = \frac{S_{ap}}{\omega_D^2} \quad (9)$$

La ec. 9 muestra que la relación entre el desplazamiento y la pseudoaceleración espectrales de la etapa inelástica se puede representar mediante un oscilador de un grado de libertad con masa unitaria y rigidez  $k_D = \omega_D^2$ , que depende del estado de daño del sistema, en donde el cortante basal complementario es  $1 \times S_{ap}$  (ver fig. 2b). Superponiendo las resistencias y desplazamientos de las etapas elástica e inelástica en el punto de fluencia se deriva la curva de comportamiento (ver fig. 3).

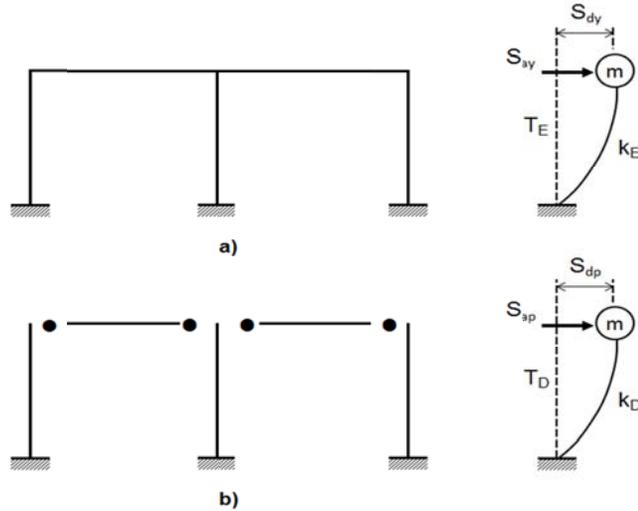


Figura 2 Osciladores lineales de referencia: a) Etapa elástica: b) Etapa inelástica

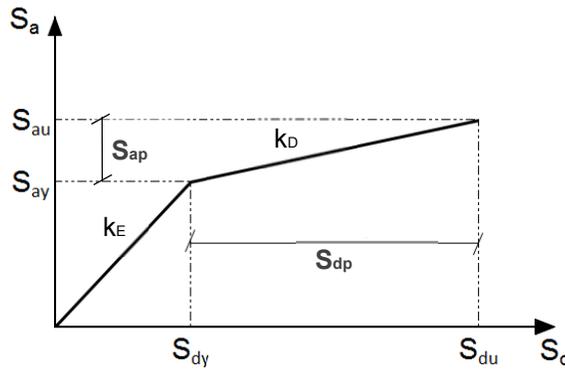


Figura 3 Curva bilineal de comportamiento en función de las propiedades de dos osciladores lineales de referencia

### Modelos lineales simplificados

Para definir las pendientes de la curva de comportamiento de una estructura se asume que es posible estimar las propiedades dinámicas de las etapas elásticas e inelástica, i.e., frecuencias de vibrar y formas modales, a partir de dos modelos lineales simplificados. El modelo elástico (ver fig. 4a), se define a partir de la geometría de la estructura, considerando las rigideces efectivas de los elementos estructurales. El

modelo dañado, asociado a la etapa inelástica, es una réplica del elástico en donde los puntos de comportamiento inelástico se representan mediante articulaciones simples, conforme con la distribución de daño que se presenta en el sistema estructural en dicha etapa (fig. 4b).

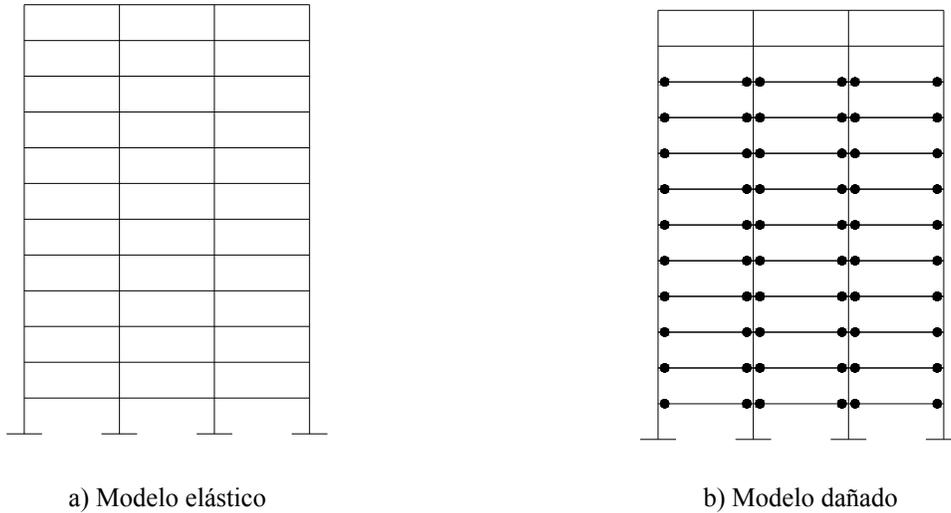


Figura 4 Modelos lineales simplificados correspondientes a ambas etapas de comportamiento

Cabe señalar que el modelado de las articulaciones plásticas mediante articulaciones simples implica la aceptación de que cada punto de comportamiento inelástico de la estructura se encuentra en una fase de recarga de su histéresis local en donde la rigidez de posfluencia es nula. Esta condición no se cumplirá cabalmente en la mayor parte de los casos, sin embargo, los resultados obtenidos en esta investigación muestran que dicha simplificación permite aproximar suficientemente la respuesta global de sistemas estructurales, al menos para estructuras cuyo primer modo es dominante.

### Curva de comportamiento de diseño

La curva de comportamiento de diseño es aquella que define la respuesta máxima que se pretende garantizar en una estructura a diseñar, de manera tal que ésta satisfaga el estado límite considerado ante la demanda sísmica correspondiente. Para su construcción, primeramente se definen los modelos simplificados con base en un pre-diseño de la estructura en cuestión, a partir de los cuales se obtienen los desplazamientos de fluencia y objetivo del sistema de referencia, conforme con el estado límite considerado y una distribución de daño propuesta. Posteriormente, se definen las pendientes de ambas ramas de la curva en función de dichos desplazamientos y de la demanda sísmica considerada.

### *Pre-diseño del sistema estructural*

El pre-diseño consiste en un pre-dimensionamiento de elementos estructurales conforme con el criterio y/o experiencia práctica del diseñador, o un diseño preliminar utilizando un método basado en fuerzas. Esto se realiza solamente con la finalidad de definir una curva de comportamiento de diseño que sea consistente con características de estructuras reales, *e.g.*, dimensiones de elementos, proporciones de rigideces entre elementos, agrupamiento de elementos estructurales con la misma sección según criterios de diseño y/o consideraciones relativas al procedimiento constructivo.

**Definición del desplazamiento objetivo del sistema de referencia**

Como se mencionó anteriormente, se considera que la deformada obtenida de un análisis modal del “modelo dañado” de una estructura aproxima la deformada asociada a su etapa de comportamiento inelástico. Por lo tanto, es posible calcular el desplazamiento objetivo de azotea,  $\Delta_o$ , en función de una distorsión objetivo de entrepiso,  $\delta_o$ , y una distribución de daño propuesta, mediante la ecuación siguiente:

$$\Delta_o = \frac{\delta_o}{\delta'_{Dn}} \tag{10}$$

donde  $\delta'_{Dn}$  es la distorsión máxima de entrepiso normalizada con respecto al desplazamiento de azotea obtenida del análisis modal del modelo dañado.

Definido el desplazamiento de azotea del sistema estructural, se obtiene el desplazamiento objetivo del sistema de referencia.  $d_o$ :

$$d_o = \frac{\Delta_o}{FP_{D1} \Phi_{D1n}} \tag{11}$$

donde  $FP_{D1}$  es el factor de participación del modo fundamental y  $\Phi_{D1n}$  es la forma modal correspondiente al nivel de azotea, ambos obtenidos del análisis modal del modelo dañado.

**Definición de desplazamiento de fluencia del sistema de referencia**

El desplazamiento de fluencia y el desplazamiento objetivo definen la ductilidad del sistema estructural. La selección de una ductilidad de diseño conforme con el tipo de estructura, tal como se realiza en los métodos de diseño basados en fuerzas, fija implícitamente las distorsiones y el desplazamiento de azotea asociados a la fluencia del sistema. Sin embargo, en la realidad, dichos desplazamientos están relacionados a ciertas características particulares: la curvatura de fluencia de las secciones transversales, la geometría del sistema y la distribución de sus componentes.

En elementos de concreto reforzado, la curvatura de fluencia de una sección transversal dada presenta una variación poco significativa para un rango amplio de cuantías de acero (Priestley, 1998) y, por lo tanto, la rigidez de un elemento es aproximadamente proporcional a su resistencia. Según Priestley, (1998), la curvatura de fluencia,  $\phi_y$ , se puede aproximar por medio de la ecuación siguiente:

$$\phi_y = \alpha_\phi \frac{\epsilon_y}{h_v} \tag{12}$$

donde  $\alpha_\phi$  es el factor correspondiente al tipo de sección transversal y material que constituye al elemento,  $\epsilon_y$  es la deformación unitaria del acero y  $h_v$  es el peralte de la sección.

La curvatura de fluencia de las vigas es una propiedad que influye significativamente en la configuración de desplazamientos asociada a la fluencia de un sistema estructural con comportamiento columna fuerte-viga débil. Para ejemplificar lo anterior, considérense las ecuaciones de pendiente-deflexión de los elementos que concurren en un nudo de un entrepiso  $i$ -ésimo perteneciente a un marco sujeto a cargas laterales como el que se muestra en la fig. 5.

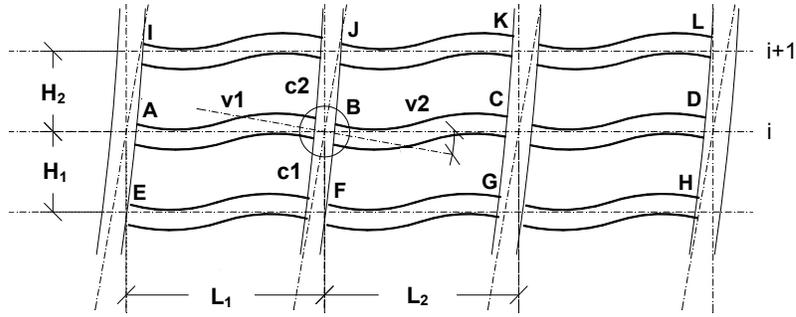


Figura 5 Rotaciones elásticas de nudos de entrepiso

Las ecuaciones correspondientes al nudo B del entrepiso  $i$  son las siguientes:

$$M_{BA} = \frac{4EI_{v1}}{L_1} \theta_B + \frac{2EI_{v1}}{L_1} \theta_A \quad (13)$$

$$M_{BC} = \frac{4EI_{v2}}{L_2} \theta_B + \frac{2EI_{v2}}{L_2} \theta_C \quad (14)$$

$$M_{BF} = \frac{4EI_{c1}}{H_1} \theta_B + \frac{2EI_{c1}}{H_1} \theta_F - \frac{6EI_{c1}}{H_1^2} \delta_i \quad (15)$$

$$M_{BJ} = \frac{4EI_{c2}}{H_2} \theta_B + \frac{2EI_{c2}}{H_2} \theta_J - \frac{6EI_{c2}}{H_2^2} \delta_{i+1} \quad (16)$$

donde  $E$  es el módulo de elasticidad,  $I$  es el momento de inercia,  $L$  es el claro,  $\theta$  es la rotación del nudo,  $M$  es el momento en el extremo del elemento. Los subíndices  $v1$ ,  $v2$ ,  $c1$  y  $c2$ , denotan los elementos, y  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $F$  y  $J$ , identifican los nudos.

Las ecs. 13 a 16 describen la relación entre momentos y rotaciones de un elemento en la etapa elástica. De las ecs. 13 y 14, se obtienen las expresiones correspondientes al límite del comportamiento elástico de las vigas y, por consiguiente, del entrepiso:

$$\phi_{yBA} = \frac{4}{L_1} \theta_B + \frac{2}{L_1} \theta_A \quad (17)$$

$$\phi_{yBC} = \frac{4}{L_2} \theta_B + \frac{2}{L_2} \theta_C \quad (18)$$

Las ecs. 15 a 18 muestran que las rotaciones y las distorsiones de fluencia del entrepiso dependen tanto de la curvatura de fluencia de las vigas como de las rigideces de los elementos y de la geometría del sistema estructural. Por este motivo, se desarrolló una ecuación para estimar la distorsión de fluencia de una estructura con comportamiento bilineal idealizado, considerando explícitamente los aspectos mencionados. Esta ecuación se obtuvo del equilibrio de momentos de las vigas y columnas que concurren

en un nudo central utilizando las ecs. 12 y 15 a 18. Por simplicidad, se consideró que las rotaciones de los nudos del entrepiso en cuestión y los adyacentes son aproximadamente iguales y que la fluencia de las vigas es simultánea; la primera consideración es congruente con el comportamiento sísmico de marcos regulares, y la segunda es consistente con la idealización de comportamiento bilineal. La ecuación propuesta para estimar la distorsión de fluencia de un entrepiso, es la siguiente:

$$\delta_y = \frac{\beta_y \varepsilon_y L_{v1}}{h_{v1}} \left( \frac{\frac{I_{v1}}{L_1} + \frac{I_{v2}}{L_2} + \frac{I_{c1}}{H_1} + \frac{I_{c2}}{H_2}}{\frac{I_{c1}}{H_1^2} + \frac{\delta_{Ei+1}}{\delta_{Ei}} \frac{I_{c2}}{H_2^2}} \right) \quad (19)$$

donde  $\beta_y$  es un factor igual a 0.30 para elementos rectangulares de concreto reforzado;  $h_{v1}$  es el peralte de la viga correspondiente al claro 1;  $\delta_{Ei}$  y  $\delta_{Ei+1}$  son las distorsiones del entrepiso donde ocurre la distorsión máxima y el inmediato superior, respectivamente, asociadas a la deformada obtenida del análisis modal del modelo elástico.

De acuerdo con las hipótesis utilizadas, la ec. 19 es aplicable en marcos regulares con comportamiento columna fuerte-viga débil en donde la distorsión elástica máxima ocurre en un entrepiso intermedio. Sin embargo, se pueden definir ecuaciones similares para el primer entrepiso, e incluso para el caso de marcos irregulares mediante un planteamiento similar al utilizado para definir la ec 19 con las consideraciones pertinentes.

Definida la distorsión de fluencia de entrepiso de la estructura, el desplazamiento de fluencia de azotea y, por ende, el del sistema de referencia, se calculan de manera similar al desplazamiento objetivo, pero utilizando la deformada correspondiente al estado elástico. El desplazamiento de fluencia de azotea se estima mediante la ecuación siguiente:

$$\Delta_y = \frac{\delta_y}{\delta'_E} \quad (20)$$

donde  $\delta'_E$  es la distorsión máxima de entrepiso normalizada con respecto al desplazamiento de azotea obtenida del análisis modal del modelo elástico.

Definido el desplazamiento de azotea del sistema estructural, se obtiene el desplazamiento de fluencia del sistema de referencia:

$$d_y = \frac{\Delta_y}{FP_{E1} \Phi_{E1n}} \quad (21)$$

donde  $FP_{E1}$  es el factor de participación del modo fundamental y  $\Phi_{E1n}$  es la magnitud de la forma modal correspondiente al nivel de azotea, ambos obtenidos del análisis modal del modelo elástico.

### ***Definición de las pendientes de la curva de comportamiento de diseño***

Conocidos los desplazamientos objetivo y de fluencia del sistema de referencia, y, por consiguiente, los parámetros  $\alpha$  y  $\mu$ , acorde con el estado límite en cuestión, y las deformadas asociadas a ambas etapas de comportamiento, el periodo requerido por la estructura,  $T_{E\_REQ}$ , para satisfacer el desplazamiento

objetivo se obtiene del espectro de desplazamientos correspondiente con dichos parámetros y la demanda considerada (ver fig. 6). Las pendientes de ambas ramas de la curva de diseño,  $k_{E\_REQ}$  y  $\alpha k_{E\_REQ}$ , se definen en función de este periodo, i.e.,  $k_{E\_REQ}=(2\pi/T_E)^2$ .

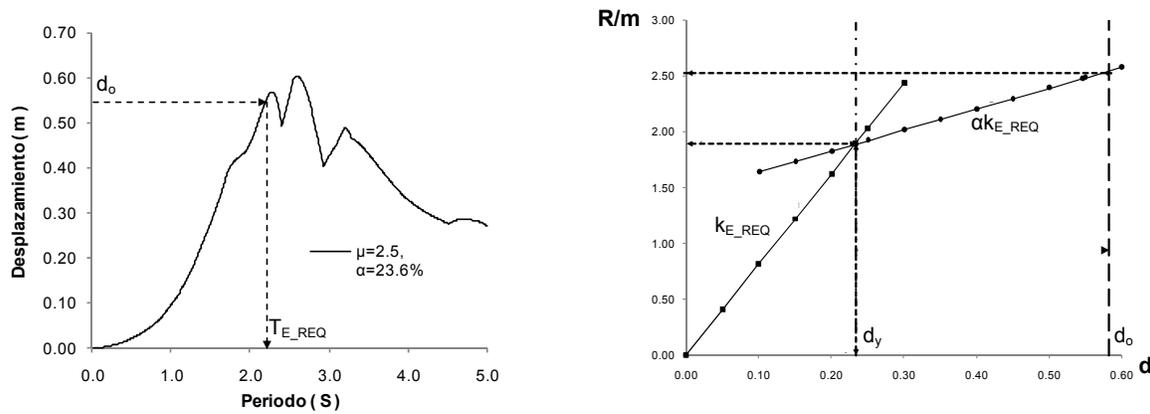


Figura 6 Definición de las pendientes de la curva de diseño de acuerdo con el periodo requerido

Debido a que la deformada del estado dañado y la razón de rigidez de posfluencia a elástica se obtienen a partir de los modelos simplificados de la estructura prediseñada, es necesario que las propiedades del sistema estructural correspondan no solo con el periodo requerido obtenido del espectro, sino también con la deformada en cuestión. Para este efecto, la rigidez de la estructura diseñada se define mediante la modificación uniforme de las rigideces de los elementos de la estructura prediseñada acorde con el parámetro  $\nu$ :

$$\nu = \left( \frac{T_{E\_REQ}}{T_{E\_PD}} \right)^2 \quad (22)$$

donde  $T_{E\_PD}$  es el periodo elástico de la estructura prediseñada.

### Espectros de diseño

Como se mencionó anteriormente, la curva de comportamiento de diseño se define en función de una demanda sísmica consistente con un objetivo de desempeño. La demanda sísmica a utilizar en el método de diseño propuesto está dada por espectros de peligro uniforme obtenidos de un procedimiento consistente con la filosofía actual de diseño sísmico basado en el desempeño (Niño, 2012). Estos espectros están definidos para tasas de excedencia de índices de desempeño en vez de intensidad sísmica, como convencionalmente se definen. La fig. 7 muestra tres de estos espectros definidos para un periodo de retorno de 150 años, una ductilidad de 4 y distintos valores de la relación de rigidez de posfluencia a elástica, calculados para el sitio SCT en la ciudad de México.

### Contribución de los modos superiores

La curva de comportamiento representa únicamente las propiedades del modo fundamental de un sistema estructural. En el método de diseño propuesto, la contribución de los modos superiores se considera implícitamente al estimar la respuesta máxima de la estructura mediante la superposición de los resultados de análisis modales espectrales de los dos modelos simplificados, i.e., se asume que la curva de

capacidad puede definirse mediante la superposición de las respuestas de dos sistemas lineales de múltiples grados de libertad, de manera análoga a como se considera para la curva de comportamiento. Esta suposición se basa en la hipótesis de que las propiedades de todos los modos de un sistema estructural están directamente relacionadas a las rigideces correspondientes a cada etapa de comportamiento (ver fig. 8).

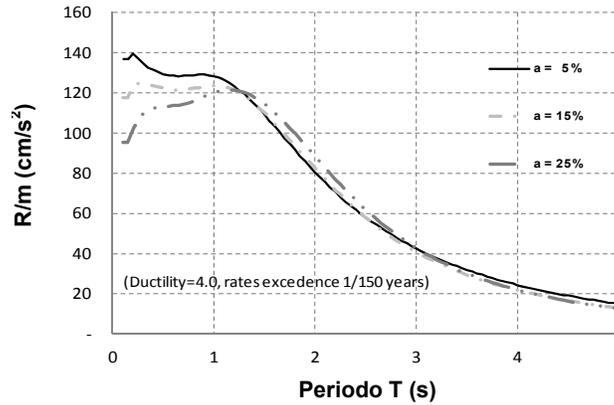


Figura 7 Espectros de peligro uniforme asociados a una tasa de excedencia de 1/150 años

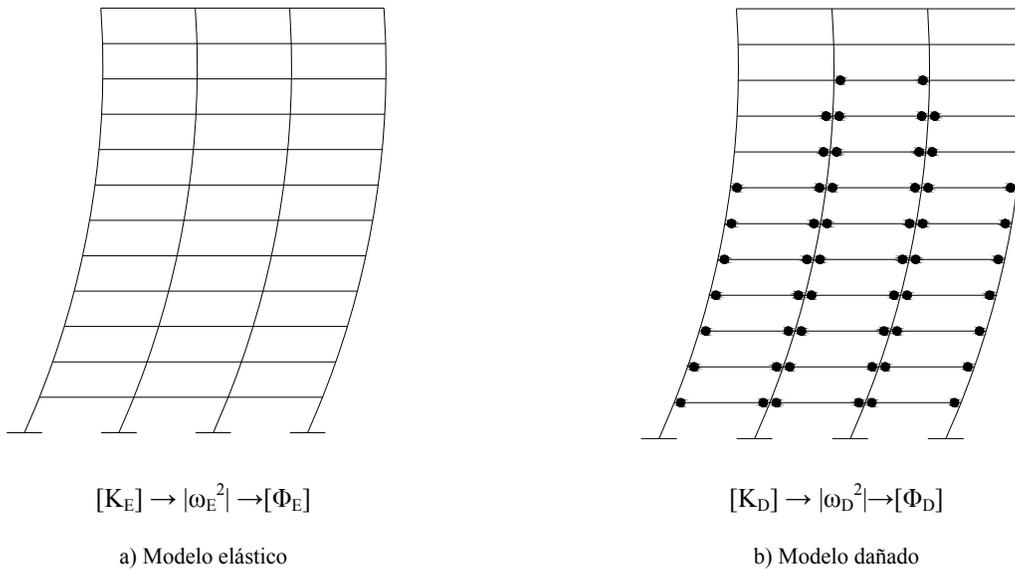


Figura 8 Propiedades dinámicas de un sistema estructural en sus dos etapas de comportamiento.

De acuerdo con esta hipótesis, el punto característico de fluencia de la curva de capacidad,  $(\Delta_Y, V_Y)$ , se puede obtener mediante la combinación modal de las pseudoaceleraciones elásticas, considerando que las frecuencias de vibrar en el rango de comportamiento elástico,  $\{\omega_E\}$ , y las formas modales,  $[\Phi_E]$ , están asociadas a la rigidez inicial,  $[K_E]$ , del sistema estructural; Asimismo, se asume que la resistencia complementaria de la estructura,  $V_P$ , y el desplazamiento asociado,  $\Delta_P$ , (ver fig. 9) puede estimarse por medio de la combinación modal de las pseudoaceleraciones complementarias de todos los modos. En la etapa de posfluencia, las frecuencias de vibrar del sistema,  $\{\omega_D\}$ , y las formas modales correspondientes,  $[\Phi_D]$ , están relacionadas a una rigidez global reducida,  $[K_D]$ , por efecto del daño que presenta la estructura.

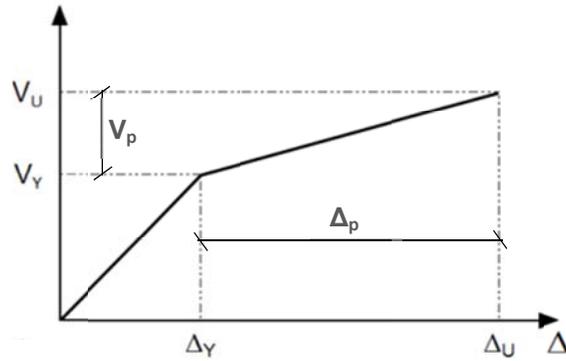


Figura 9 Curva de capacidad

Es importante señalar que las reglas de combinación modal convencionales, *e.g.*, CQC, SRSS, utilizadas en diseño sísmico son válidas únicamente para sistemas elásticos, y por lo tanto, su aplicación en sistemas inelásticos es teóricamente inconsistente, incluso para estimar la respuesta estructural de la etapa de comportamiento elástico. Asimismo, la demanda utilizada en el enfoque de análisis modal espectral empleado en el método propuesto está definida por un espectro asociado a las características del modo fundamental, por lo que implícitamente se considera que  $\mu$  y  $\alpha$  de los modos superiores son aproximadamente iguales a los del fundamental, lo cual no es rigurosamente cierto. Sin embargo, este enfoque permite estimar de manera suficientemente aproximada la respuesta total de estructuras cuyo primer modo es dominante mediante un procedimiento directo y de fácil aplicación. Además, es consistente con el criterio de análisis modal espectral aceptado en la práctica de diseño sísmico convencional, en el que se emplean espectros elásticos reducidos por comportamiento inelástico.

### PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

Conforme con los conceptos enunciados en los párrafos anteriores, el procedimiento para el diseño de marcos de concreto reforzado, o edificios regulares conformados por estos, se puede sintetizar en los siguientes pasos:

- 1) Pre-dimensionamiento de los elementos que componen la estructura según el criterio y experiencia práctica del diseñador, o bien, un diseño preliminar con un método basado en fuerzas. Debido a que solo se requiere estimar una deformada consistente con una distribución realista de rigideces en la estructura, no es necesario realizar un diseño detallado, *e.g.*, calcular el acero de refuerzo.
- 2) Análisis modal espectral del modelo elástico de la estructura utilizando el espectro de diseño elástico correspondiente al estado último. De este análisis se obtiene el periodo fundamental elástico de la estructura del pre-diseño  $T_{E\_PD}$ , y la deformada asociada al estado elástico.
- 3) Definición de una distribución de daño para el estado límite último, congruente con el comportamiento columna fuerte-viga débil, *i.e.*, fluencia de la mayor parte de las vigas y quizá la base de algunas columnas.
- 4) Análisis modal del modelo dañado de la estructura, acorde con la distribución de daño propuesta, del cual se obtienen el periodo de dicho modelo,  $T_{D\_PD}$ , y la deformada asociada al estado dañado.



- 14) Análisis modal espectral del modelo dañado utilizando el espectro de diseño elástico escalado por el factor  $\lambda_D$ , el cual se define como la razón de la resistencia complementaria de la curva de diseño con respecto a la pseudoaceleración del espectro elástico correspondiente a  $\alpha T_{E\_REQ}$  (fig. 11-b).
- 15) Diseño de elementos estructurales con las fuerzas obtenidas de la suma de los tres análisis, conforme con el reglamento de diseño considerado. Este se realiza de acuerdo con las recomendaciones dadas en los párrafos subsiguientes.

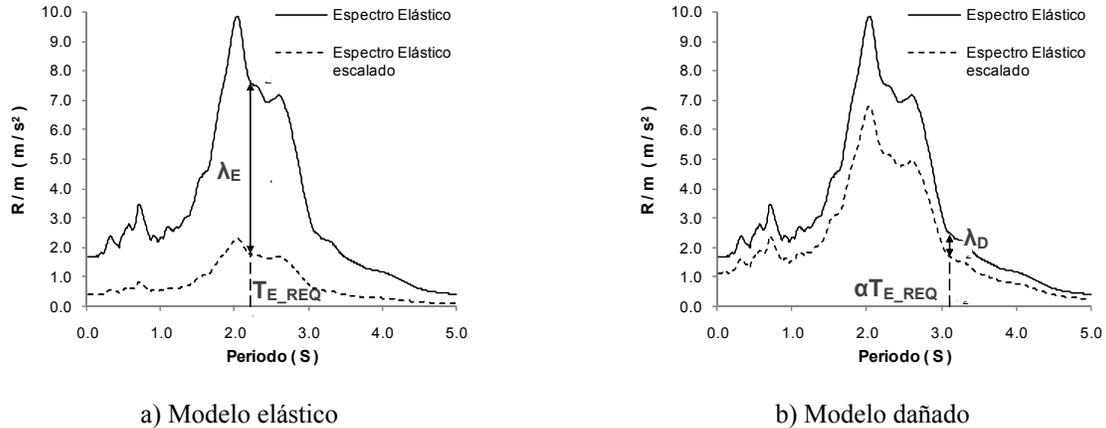


Figura 11 Espectros de resistencias escalados para cada fase de análisis

### Recomendaciones de diseño

En general, se recomienda que las estructuras diseñadas con el método propuesto cumplan con los requerimientos aceptados en la práctica de la ingeniería sísmica relativos al diseño de estructuras dúctiles. A pesar de que los reglamentos de diseño estipulan que estructuras con ductilidad igual a 2 no requieren acatar dichos lineamientos, se recomienda que éstas también cumplan con la mayoría de ellas, ya que se pretende controlar su estado de daño y garantizar una respuesta de desplazamientos controlada. Asimismo, es necesario que el proceso de diseño no afecte sustancialmente el desempeño considerado. En los siguientes párrafos se discuten brevemente algunas recomendaciones de diseño particulares a la aplicación del método de diseño propuesto.

### Requerimiento de resistencia mínima de columnas

Con la finalidad de asegurar una distribución de daño del tipo columna fuerte-viga débil, es necesario que las resistencias de columnas sean mayores que las de las vigas. Por lo tanto, la resistencia mínima de columnas, al menos en los entrepisos en donde se acepta comportamiento inelástico, deberá satisfacer la ecuación siguiente:

$$\frac{\sum M_c}{\sum M_v} \leq F_p \tag{23}$$

donde  $\Sigma M_C$  es la suma de los momentos resistentes de las columnas en un nodo, calculados considerando un factor de resistencia igual a uno;  $\Sigma M_V$  es la suma de los momentos resistentes de las vigas del mismo nodo, calculado considerando un factor de resistencia igual a uno;  $F_p$  es el factor de resistencia de columnas con respecto a vigas especificado en el reglamento de diseño aplicable.

La curva de comportamiento de diseño provee una diferenciación explícita entre los elementos mecánicos de los componentes estructurales que presentarán daño de los de aquellos que se comportarán elásticamente. Sin embargo, debido a la dificultad de predeterminar cabalmente el daño en una estructura mediante un método simplificado, *i.e.*, es imposible conocer de manera precisa la progresión de daño de la estructura y la redistribución de fuerzas en su etapa de comportamiento no lineal durante un sismo mediante un análisis elástico; se recomienda que las resistencias de los elementos estructurales satisfagan la ec. 23, que es el requerimiento de resistencia mínima de columnas estipulado en los reglamentos de diseño convencionales para estructuras dúctiles.

### ***Detallado de elementos estructurales***

El detallado de elementos estructurales se realiza conforme con las especificaciones del código de diseño aplicable. En específico, se recomienda que todas las vigas de los niveles en los que se acepta daño y la base de las columnas se detallen de acuerdo con lo estipulado para elementos dúctiles. Sin embargo, estructuras diseñadas con una ductilidad igual a 2 posiblemente no requieran este tipo de detallado, especialmente para el caso de distorsiones de diseño pequeñas, *i.e.*,  $\delta_o=0.015$ .

### ***Criterio de estandarización del diseño***

En la práctica profesional, el diseño de elementos estructurales necesariamente se ve sujeto a un proceso de estandarización, *i.e.*, uniformización de las resistencias en grupos de elementos para efectos de simplificación del diseño y practicidad constructiva. Evidentemente, esto implica un cambio en las propiedades de la estructura diseñada con respecto a las propiedades consideradas en el proceso de diseño, *e.g.*, sobrerresistencia y, por consiguiente, la modificación de la rigidez del sistema por causa de la interdependencia entre ambas (López, 2010).

En el método propuesto, las demandas de diseño están directamente relacionadas con los niveles de resistencia definidos en la curva de comportamiento, construida en función de una deformada asociada a una estructura preliminar. Por este motivo, es necesario realizar el proceso de diseño de manera tal que no se afecte significativamente las propiedades estructurales consideradas y, por ende, el comportamiento deseado. Para este efecto, se dan las recomendaciones siguientes:

- 1) Identificar en la etapa de prediseño los elementos con demandas similares para la definición de grupos de diseño, considerando desde esta instancia los requerimientos de diseño referentes a estructuras dúctiles que pudieran alterar las propiedades consideradas en el análisis si no son tomadas en cuenta desde las etapas iniciales, *e.g.*, resistencia mínima de columnas con respecto a vigas.
- 2) Uniformizar en la mayor medida posible la relación de capacidad a demanda a valores cercanos a la unidad en los elementos que se espera presenten daño.
- 3) Verificar que las propiedades de la estructura diseñada sean consistentes con las de las propiedades consideradas en el análisis. En el método propuesto, esto se puede realizar de manera sencilla mediante la construcción y análisis de los modelos elástico y dañado de la estructura

diseñada y la comparación de: a) sus formas modales con las de los modelos de la estructura prediseñada; b) su periodo con  $T_{E\_REQ}$ .

## EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Se presentan dos ejemplos de aplicación del método propuesto y la validación correspondiente. Con la finalidad de mostrar que el análisis elástico simplificado empleado en el método aproxima de manera adecuada los resultados del análisis dinámico no lineal paso a paso, se utilizaron espectros de respuesta del registro de la componente EW en la estación SCT del sismo del 19 de septiembre de 1985 como demanda sísmica y la validación se realizó mediante un análisis no lineal paso a paso de las estructuras diseñadas utilizando dicho registro.

### Descripción de las estructuras

Las estructuras de los ejemplos son dos marcos regulares de concreto reforzado de 8 y 16 niveles, con 3 y 4 crujeías con claros de 6 y 9 m, respectivamente. Ambos tienen una altura del primer entrepiso de 4.00 m y de 3.20 m en los niveles subsecuentes. Las propiedades nominales de los materiales utilizados son resistencia a la compresión del concreto,  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ , y esfuerzo de fluencia del acero,  $f_y = 4.2 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ . Las masas consideradas son  $7.0 \times 10^3$  y  $5.5 \times 10^3$ ,  $\text{kg s}^2/\text{m}$  en los entrepisos y azotea, respectivamente. Se consideraron también cargas gravitacionales de  $1.2 \times 10^3 \text{ kg/m}$  en las vigas de los entrepisos y de 950 kg/m en las de azotea.

### Distorsión objetivo de entrepiso

La distorsión objetivo de entrepiso considerada fue de 0.03 y 0.02, para los marcos de 8 y 16 niveles, respectivamente; ambas satisfacen las distorsiones relativas permitidas en el apéndice A del RCDF para el estado límite último. Las ductilidades de diseño consideradas, consistentes con el desplazamiento de fluencia calculado con la ec. 21 y la distorsión permisible fueron de 3.00 y 4.00, respectivamente.

### Modelado de las estructuras y programas utilizados

Las aplicaciones del procedimiento de diseño se efectuaron en el programa SAP 2000 V.11 (CSI, 2006). Los espectros de respuesta utilizados se calcularon en el programa DEGTRA A4 V5.1 (Ordaz, *et al.*, 2005). El análisis dinámico lineal paso a paso de las estructuras diseñadas se realizó en el programa DRAIN 2DX (Prakash, *et al.* 1993) empleando las consideraciones siguientes:

- Se utilizó un modelo histerético bilineal sin degradación considerando una rigidez de posfluencia del 5 % en el modelado de elementos estructurales.
- Se utilizó amortiguamiento tipo Rayleigh, proporcional a la masa y la rigidez, considerando un amortiguamiento de  $\xi = 0.05$  para los dos primeros modos de la estructura en su etapa elástica.
- Se modelaron las columnas con interacción carga axial-momento.
- No se consideraron efectos de segundo orden (P- $\Delta$ ).

- Las resistencias de los elementos se definieron directamente de las demandas obtenidas de la aplicación del procedimiento sin realizar un proceso de estandarización detallado, con la finalidad de mostrar que el método permite predeterminar una distribución de daño propuesta.

### Resultados y evaluación

Las propiedades de la curva de comportamiento requeridas por las estructuras para satisfacer el estado límite considerado se muestran en la tabla 1. Las figs. 12 y 13 muestra las comparaciones entre las distribuciones de daño propuestas y las obtenidas del análisis dinámico no lineal paso a paso, en donde se observa una buena correspondencia entre ambas. Como consecuencia del control efectivo del daño estructural, fue posible predeterminar eficientemente la respuesta de desplazamientos y distorsiones de las estructuras diseñadas (figs. 14 y 15). Asimismo, en la fig. 16 se presentan las gráficas de cortante vs. desplazamiento en donde se observa que ambas estructuras fueron capaces de disipar energía histerética, conforme con la ductilidad desarrollada. Por lo tanto, fue posible aproximar suficientemente la respuesta dinámica no lineal esperada en las estructuras diseñadas y, por ende, predeterminar una configuración de desplazamientos y garantizar el cumplimiento del nivel de desempeño considerado.

Tabla 1 Propiedades de las curvas de comportamiento de diseño (unidades: m,s)

Ejemplo	$T_1$	$T_2$	$\alpha$	$\mu$	$S_{du}$	$S_{dv}$	$R_v$	$R_u$	$\lambda_E$	$\lambda_D$	$\delta_o$
8 niv	2.18	6.35	0.10	3.00	0.410	0.137	1.143	1.416	0.15	0.87	0.030
16 niv	2.12	6.70	0.10	4.00	0.456	0.114	1.000	1.330	0.12	1.06	0.020

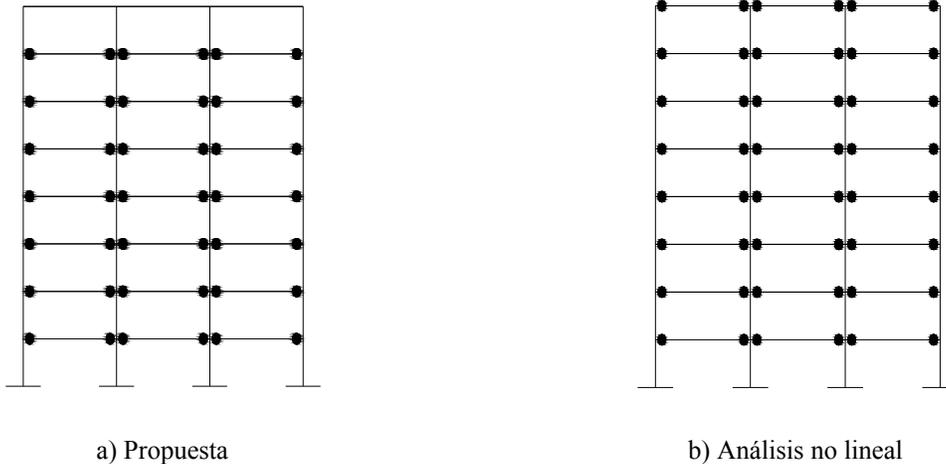


Figura 12 Comparación de distribuciones de daño del marco de 8 niveles

### CONCLUSIONES

Se presentó un método de diseño sísmico basado en desplazamientos. Conforme con los resultados obtenidos en esta investigación, se concluye que, en general, el método propuesto es capaz de garantizar el cumplimiento de un estado límite de diseño. De manera particular, se derivan las siguientes conclusiones y comentarios:

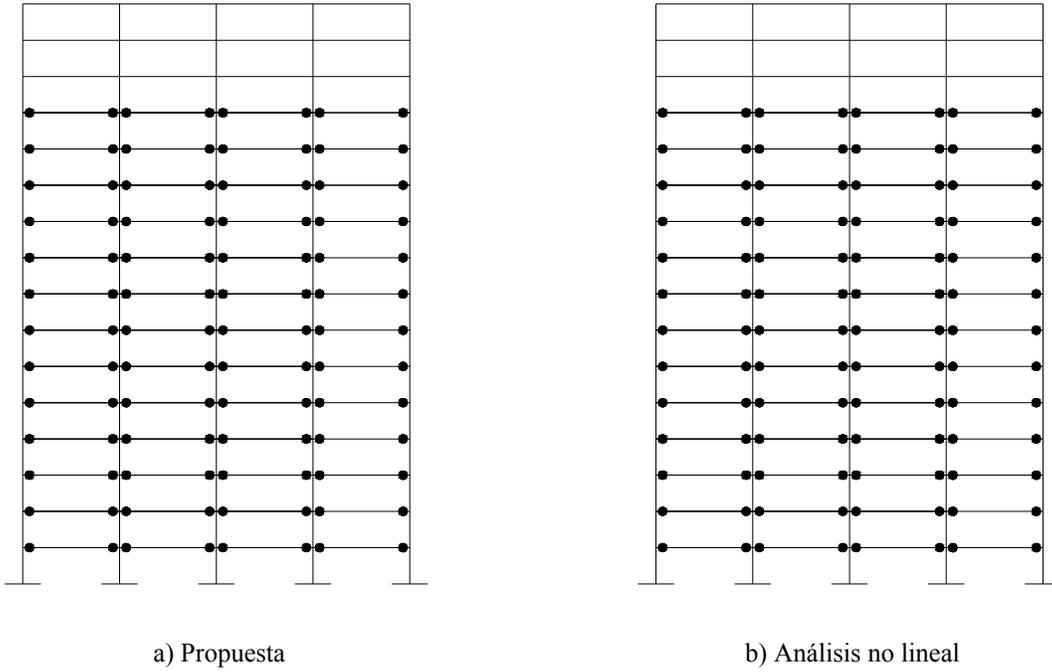


Figura 13 Comparación de distribuciones de daño del marco de 16 niveles

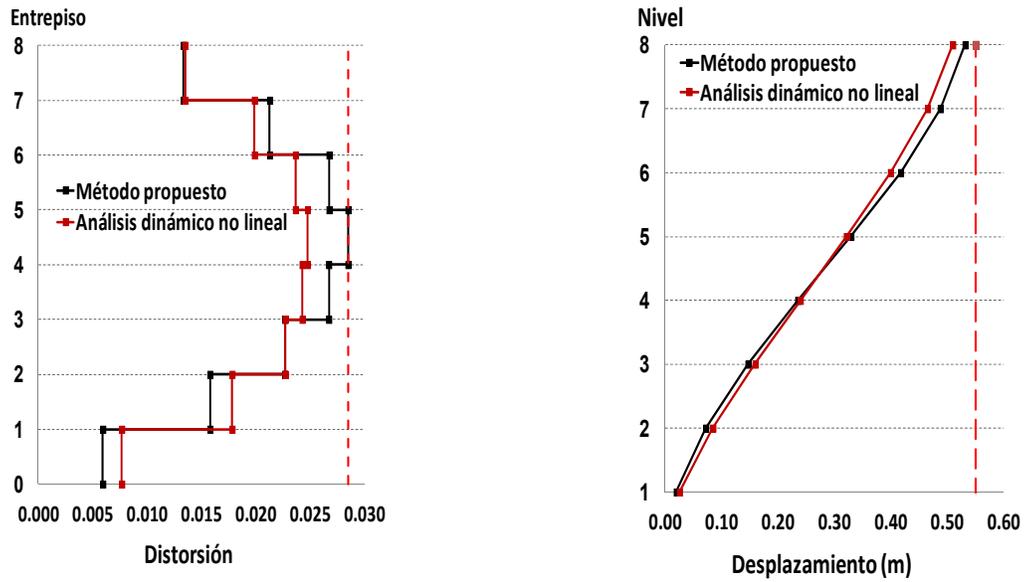


Figura 14 Comparación de desplazamientos y distorsiones del marco de 8 niveles

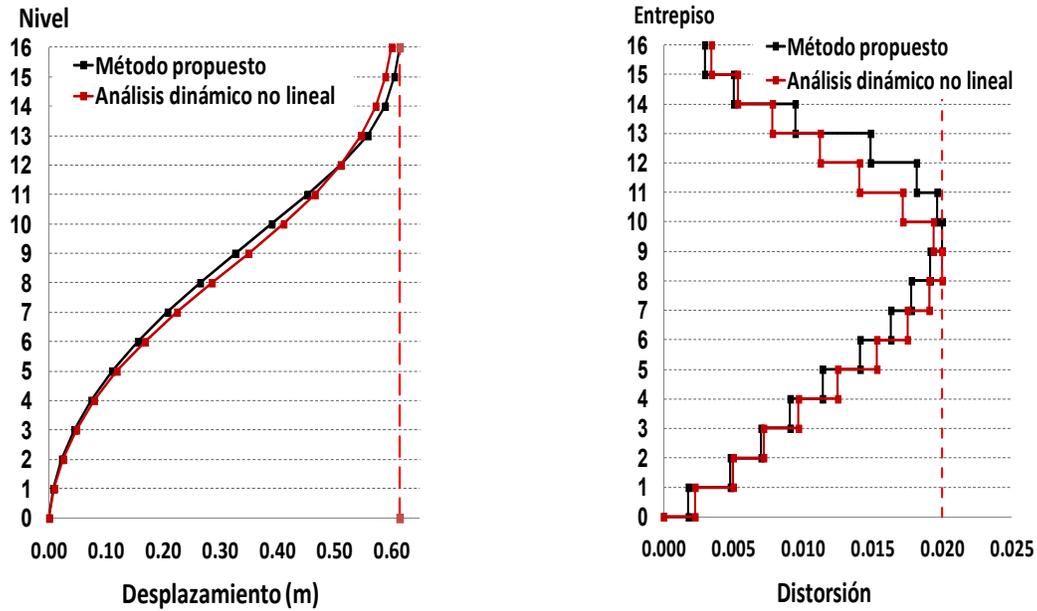


Figura 15 Comparación de desplazamientos y distorsiones del marco de 16 niveles

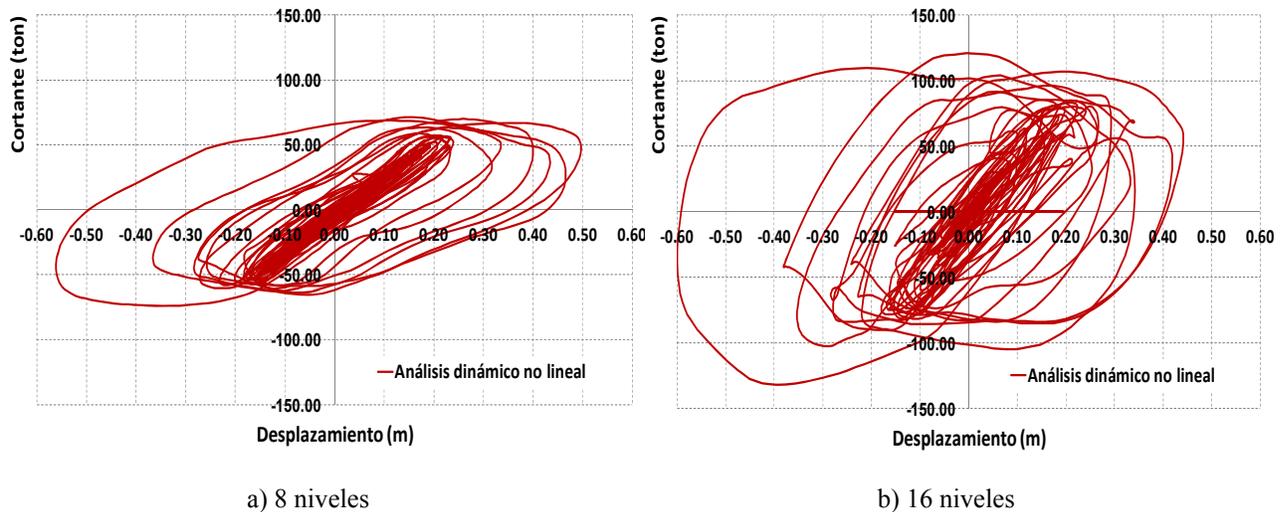


Figura 16 Histéresis global de ambos marcos: cortante basal vs desplazamiento de azotea

### Uso del sistema de referencia

Es posible aproximar suficientemente la respuesta máxima de una estructura conformada por marcos rígidos con comportamiento no lineal a partir de un sistema simplificado de referencia, *i.e.*, mediante las propiedades de su modo fundamental, considerando la hipótesis de que es posible construir la curva de comportamiento del sistema mediante la superposición de las respuestas máximas de dos modelos lineales simplificados asociados a las etapas de comportamiento elástico e inelástica. Este

enfoque permite garantizar el desempeño estructural mediante el uso de un procedimiento transparente y de fácil aplicación que no requiere el uso de programas especializados de análisis no lineal, razón por la cual este método de diseño es una alternativa novedosa y atractiva en la práctica del diseño sísmico actual.

### **Uso de curva bilineal de comportamiento**

La curva bilineal de comportamiento proporciona una diferenciación explícita entre las demandas de los elementos que se espera presenten daño de los que se pretende se comporten elásticamente. Se puede observar que el diseño de los elementos estructurales se realiza de manera análoga al enfoque de diseño por capacidad, sin embargo, a diferencia de éste, la demanda correspondiente de ambos tipos de elementos está directamente relacionada con las pseudoaceleraciones de fluencia y última, respectivamente. De esta manera, las fuerzas con que se diseñan los elementos están supeditadas al control de desplazamientos y de daño considerados, por lo que es posible controlar de manera adecuada la localización del daño en la estructura, la respuesta de desplazamientos de la estructura diseñada y, por consiguiente, asegurar cabalmente el cumplimiento de un estado límite de diseño.

### **Alcances del método propuesto**

El método de diseño sísmico basado en desplazamientos presentado se concibió para marcos de concreto reforzado que requieren cumplir con un nivel de desempeño. Sin embargo, dada su base conceptual, es aplicable para el diseño de edificios regulares conformados por marcos, tanto de concreto reforzado como de acero, e incluso, es posible extender su aplicación a otros tipos de estructuras cuya respuesta se pueda caracterizar mediante las propiedades del modo fundamental, con las consideraciones pertinentes. Asimismo, un método de diseño sísmico multinivel, *i.e.*, que satisface un objetivo de desempeño y no solo un estado límite, que se basa en el método que se presentó en este artículo, está desarrollándose en el grupo de trabajo de los autores.

## **AGRADECIMIENTOS**

Se agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el patrocinio del proyecto No. 82839, “Desarrollo del marco conceptual, modelos teóricos y métodos simplificados para la evaluación y el diseño sísmico de estructuras basado en desempeño” y de la beca del primer autor durante sus estudios de maestría. Ambos autores agradecen a la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica el reconocimiento a la mejor tesis de maestría.

## **REFERENCIAS**

- Ayala, A. G. (2001), “Evaluación del desempeño sísmico de estructuras, un nuevo enfoque”, *Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en Ingeniería*, 17(3): 285-303
- CSI (2006), “*SAP 2000 Version 11*”, Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures, Computers and Structures, Inc., Berkeley, CA.
- GDF (2004), “Reglamento de construcciones para el Distrito Federal y normas técnicas complementarias”, *Diario Oficial de la Federación*, México.
- FEMA (1997), “FEMA 273 NEHRP Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings”, *Federal Emergency Management Agency*, Washington D.C.

- fib (2003), “Displacement-based seismic design of reinforced concrete buildings - a state of the art report”, *Bulletin 25, Fédération internationale du béton*, Lausana, Suiza.
- Freeman S., J. P. Nicoletti y G. Matsamura. (1984). “Seismic design Guidelines for essential buildings”, *Memorias del VIII World Conference on Earthquake Engineering*, EERI, 1: 715-722.
- Kappos A. J. y S. Stefanidou. (2010). “A deformation-based seismic design method for 3D R/C irregular buildings using inelastic dynamic analysis”, *Bull Earthquake Engineering*, 8(4), 875-895.
- López, S.E. (2010), “Diseño sísmico por desplazamientos de marcos estructuras de concreto”, *Tesis de Maestría en Ingeniería (Estructuras)*, DEPFI, UNAM.
- Moehle, J. P. (1992), “Displacement Based Design of RC Structures Subjected to Earthquakes”, *Earthquake Spectra*, 8(3): 403-428.
- Niño, M. P y A. G. Ayala. (2012), “Determination of uniform hazard spectra for the performance based seismic design of structures considering uncertainties in structural properties”, enviado para revisión y posible publicación a la revista *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.
- Ordaz, M. y C. Montoya. (2005), “*DEGTRA A4 Versión 5.1*”, Programa de análisis espectral de señales, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- Prakash, V., G. H. Powell y S. Campbell. (1993), “*DRAIN 2DX Versión 1.10*”, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, CA.
- Priestley, M. J. N. (1998), “Brief Comments on Elastic Flexibility of Reinforced Concrete Frames and Significance to Seismic Design”, *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, 31(4): 246-258.
- Priestley, M. J. N., G. M. Calvi y M. J. Kowalsky. (2007), “Displacement Based Seismic Design of Structures”, *IUSS Press*, Pavia, Italia