

FORMULACIÓN ANALÍTICA DEL COMPORTAMIENTO LINEAL DE UN MURO DE MAMPOSTERÍA CONFINADA BASADA EN ENERGÍA DE DEFORMACIÓN ELÁSTICA Y SECCIÓN TRANSFORMADA

Alejandro Muñoz Astudillo⁽¹⁾

RESUMEN

El uso de muros de mampostería confinada en edificaciones de ocupación normal continúa en ascenso, mientras su comportamiento estructural sigue siendo objeto de estudio. Comprender su desempeño en el rango elástico e inelástico es esencial para garantizar que las estructuras resistan adecuadamente las demandas sísmicas. Esta investigación desarrolla una metodología analítica para evaluar la rigidez lateral de un muro de mampostería confinada, tomando como referencia el espécimen M-0-E6, ensayado a escala real de forma cuasi-estática por el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), del cual se obtuvieron los valores experimentales de rigidez para los ciclos de carga positivo (K^+) y negativo (K^-). El método analítico se basa en la energía de deformación, la mecánica de materiales y el método de la sección transformada para estimar la rigidez lateral y la distribución de esfuerzos y deformaciones en el rango lineal. Los resultados se comparan con el método de elementos finitos (FEM, por sus siglas en inglés) desarrollado en Abaqus/CAE y con los datos experimentales. La formulación analítica reprodujo adecuadamente la rigidez inicial, con diferencias del 7.1 % respecto al modelo FEM, del 1.3 % respecto a K^- y del 13 % respecto a K^+ . Además, el confinamiento incrementó la rigidez en un 158 % según el modelo analítico y en un 181 % según el modelo FEM, confirmando su papel determinante en el comportamiento lineal del muro.

Palabras clave: mampostería confinada; rigidez lateral; método de elementos finitos

ANALYTICAL FORMULATION OF THE LINEAR BEHAVIOR OF A CONFINED MASONRY WALL BASED ON ELASTIC DEFORMATION ENERGY AND TRANSFORMED SECTION

ABSTRACT

The use of confined masonry walls in buildings of normal occupation continues to rise, while its structural behavior continues to be studied. Understanding their performance in the elastic and inelastic range is essential to ensure that structures adequately withstand seismic demands. This research develops an analytical methodology to evaluate the lateral stiffness of a confined masonry wall, taking as reference the specimen M-0-E6, tested on a real scale quasi-static way by the National Center for Disaster Prevention (CENAPRED), from which the experimental values of stiffness were obtained for the cycles of positive (K^+) and negative load (K^-). The analytical method is based on strain energy, material mechanics and the transformed section method to estimate lateral stiffness and

Artículo recibido el 07 de agosto de 2025 y aprobado para su publicación el 16 de agosto de 2026. Se aceptarán comentarios y/o discusiones hasta cinco meses después de su publicación.

⁽¹⁾ Facultad de Ingeniería, Universidad de Puerto Rico – Recinto de Mayagüez, 259 Av. Alfonso Valdés Cobián, Mayagüez, Puerto Rico, C.P. 00681. alejandromunoz4@upr.edu. Autor para correspondencia

stress and deformation distribution in the linear range. The results are compared with the finite element method (FEM) developed in Abaqus/CAE and experimental data. The analytical formulation adequately reproduced the initial stiffness, with differences of 7.1 % with respect to the FEM model, 1.3 % with respect to K^- and 13 % with respect to K^+ . In addition, confinement increased stiffness by 158 % according to the analytical model and by 181 % according to the FEM model, confirming its determining role in the linear behavior of the wall.

Keywords: confined masonry; lateral stiffness; finite element method

INTRODUCCIÓN

La mampostería es un material de construcción producido de forma artesanal o industrializada, y representa una alternativa frecuentemente usada en América Latina para la construcción de viviendas de uno y dos pisos que hacen parte del grupo de ocupación normal. Este material se origina del vocablo “mampuesto”, o colocado con la mano, siendo ideal para la construcción de muros. Los muros se construyen a partir de la unión de los mampuestos y se unen entre sí por medio de mortero, generando juntas verticales y horizontales, por estas razones, la mampostería debe considerarse como un material no homogéneo y anisótropo (Crisafulli *et al.*, 2020).

La mampostería, al ser un material frágil, requiere confinamiento, el cual es logrado a partir del uso de columnas y vigas de concreto reforzado que mejoran la resistencia y ductilidad al sistema estructural (Orozco, 2019). Las normas y códigos de diseño restringen la altura máxima de las edificaciones en función del sistema estructural, el grupo de uso y la zona de amenaza sísmica. En México, la *Norma Técnica Complementaria para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería* permite el uso de mampostería confinada en edificaciones de varios niveles; sin embargo, para estructuras de más de seis niveles y en zonas de alta sismicidad, el factor de comportamiento sísmico, Q , debe reducirse en 0.5, lo que incrementa las fuerzas de diseño y, en la práctica, disminuye la eficiencia del sistema en edificios altos (Gobierno de la Ciudad de México, 2023). Por su parte, la *Norma Colombiana de Construcción Sismo Resistente* establece límites más estrictos, restringiendo la mampostería confinada en zonas de amenaza sísmica alta a edificaciones de máximo dos niveles, debido a las elevadas demandas laterales y a la limitada capacidad de deformación del sistema (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 2010).

El comportamiento de los muros estructurales se rige principalmente por la acción de cargas laterales, como las generadas por sismos o vientos; a estos elementos se les denomina “muros de corte”. En el análisis de casas de uno y dos pisos que emplea el sistema de muros confinados, el primer aspecto a considerar es la rigidez del muro, que relaciona la fuerza aplicada y la deformación resultante. Las deformaciones se calculan con base en teorías de elasticidad, considerando el módulo de cortante y el coeficiente de Poisson, bajo la hipótesis de comportamiento elástico lineal o elástico-plástico (Zúñiga Cuevas, 2005).

En la presente investigación se estudió el comportamiento elástico de un muro confinado, denominado M-0-E6, bajo un estado de esfuerzos en el plano (*plane stress*). Se abordaron por separado los efectos de flexión y cortante mediante el principio de energía de deformación elástica, y posteriormente, por el principio de superposición se sumaron ambos efectos para determinar la deformación total del muro. El análisis incluye tanto el comportamiento del muro simple como el que incorpora elementos de confinamiento, con el objetivo de evaluar su influencia en la rigidez lateral del sistema y comparar los resultados obtenidos con el método de elementos finitos.

COMPORTAMIENTO EN EL PLANO PARALELO AL MURO

Esta sección presenta conceptos introductorios que, aunque no son originales, resultan fundamentales para contextualizar y comprender el aporte al estado del arte expuesto. Los conceptos mencionados se basan de los libros de mecánica de materiales por los autores Beer P *et al.* (2009) y Gere y Goodno (2009), y fueron adaptados al caso de estudio.

Muro de mampostería simple

El objetivo es obtener el desplazamiento (Δ) en la corona del muro. Como primer paso, y por simplicidad, se derivará la metodología aplicada a un muro de mampostería simple (Figura 1), cuyo desplazamiento total se obtienen como la suma de los desplazamientos por flexión y por cortante. Si se considera que la carga aplicada genera un esfuerzo normal (σ_2) que se mantiene dentro del límite de proporcionalidad del material ($\sigma_2 < \sigma_y$), es válido aplicar la ley de Hooke de modo que la densidad de energía de deformación (u) que representa la razón entre la energía de deformación por unidad de volumen (U/V) es:

$$u = \frac{U}{V} = \int_0^{\epsilon_2} E \epsilon_y d\epsilon_y = \frac{E \epsilon_2^2}{2} = \frac{\sigma_2^2}{2E} \quad (1)$$

donde E es el módulo de elasticidad del material y ϵ_y es la deformación unitaria en la dirección y .

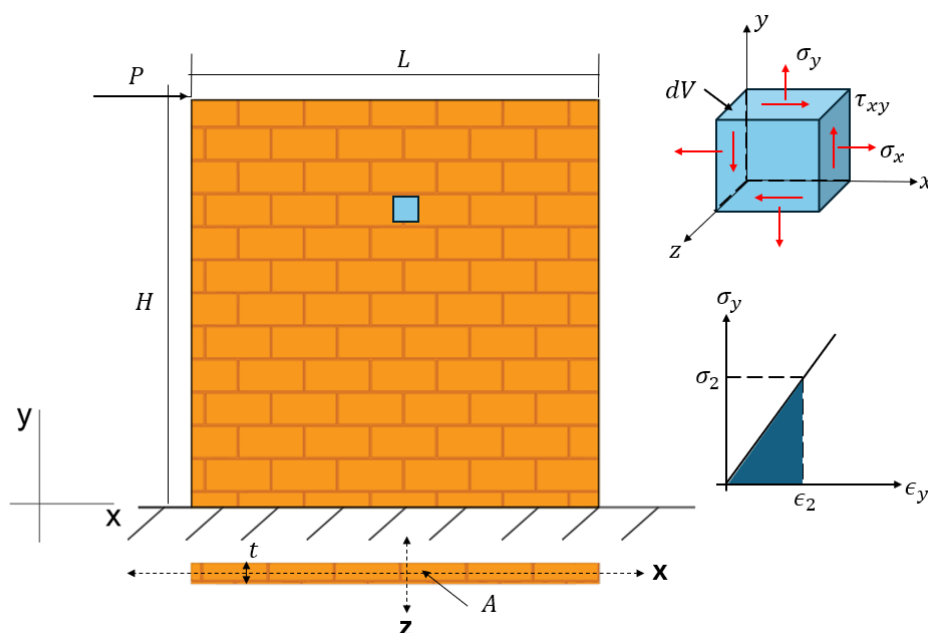


Figura 1. Estado de esfuerzos en el plano

Si la carga aplicada se incrementa de modo que alcanza el esfuerzo de cedencia del material (σ_y), el módulo asociado al tramo donde se conserva la proporcionalidad se denomina módulo de resiliencia del material (u_y). Este parámetro representa la energía por unidad de volumen que el material puede absorber sin presentar flujo plástico (Gere y Goodno, 2009). Además, se aplica la hipótesis de que los esfuerzos varían linealmente con respecto a la posición del eje neutro.

$$u_Y = \frac{U}{V} = \frac{\sigma_y^2}{2E} = \frac{M_z^2 x^2}{2E I_z^2} \quad (2)$$

donde M_z corresponde al momento flector interno que se genera en el eje perpendicular al plano del muro debido al efecto de la carga lateral, x es la variable independiente definida a lo largo del eje longitudinal del elemento, I_z es el momento de inercia de área con respecto al eje fuerte del muro (eje perpendicular al plano del muro o eje z), y E es el módulo de elasticidad del material de mampostería.

La resistencia a la compresión de la mampostería (f'_m) suele obtenerse mediante el ensayo de pilas hechas de piezas unidas con mortero, la altura de las pilas es igual a cuatro veces su espesor (Gobierno de la Ciudad de México, 2023). El comportamiento de la mampostería a compresión depende de la interacción entre los mampuestos y el mortero que las une. Las pruebas hechas a muretes de mampostería sometidos a compresión axial indican que la mampostería exhibe un comportamiento prácticamente lineal hasta su falla (Zúñiga Cuevas, 2005) (Figura 2).

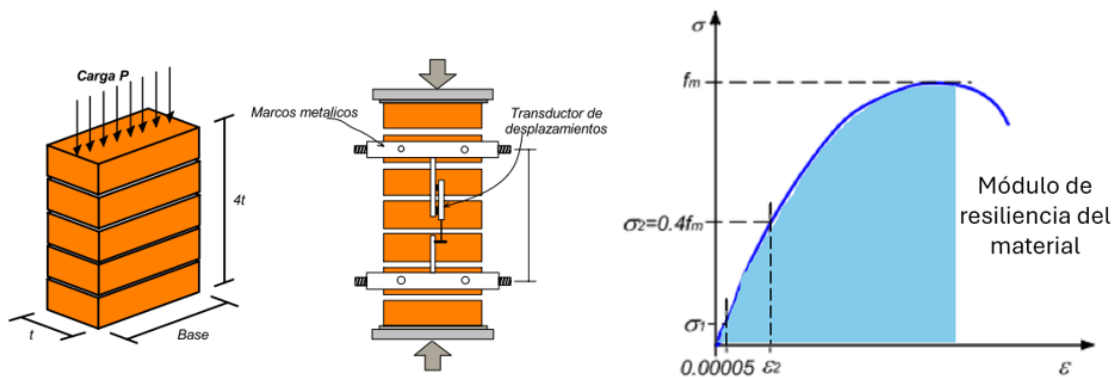


Figura 2. Pila para prueba en compresión de la mampostería (Zúñiga Cuevas, 2005)

A partir de pruebas de compresión puede definirse el módulo de elasticidad de la mampostería como la pendiente de la recta del tramo inicial de la curva esfuerzo-deformación unitaria. La densidad de energía de deformación por flexión se define considerando un diferencial del volumen $dV = dA \, dy$:

$$U_{flexión} = \int_V U_o \, dV = \int_V \frac{\sigma_y^2}{2E} \, dV = \int_H \int_A \frac{M_z^2 x^2}{2E I_z^2} \, dA \, dy = \int_H \frac{M_z^2}{2E I_z^2} \left(\int_A x^2 \, dA \right) dy = \int_0^H \frac{M_z^2}{2E I_z} \, dy \quad (3)$$

El trabajo interno generado por la carga lateral externa P es igual a $\frac{1}{2}$ del producto de la magnitud de dicha carga y la deformación resultante, en este caso, la deformación por flexión (Δ_f) (Figura 3). A partir de esta relación, la deformación por flexión se describe mediante la Ecuación (4):

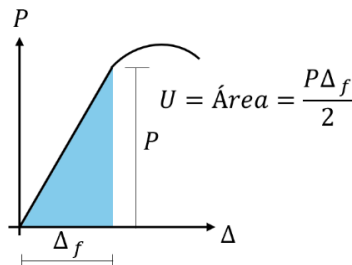


Figura 3. Trabajo interno debido a la fuerza aplicada

$$\Delta_f = \int_0^H \frac{M_z}{E I_z} \frac{M_z}{P} dy = \int_0^H k \frac{M_z(y)}{P} dy \quad (4)$$

donde k es la curvatura. De esta manera, el problema se reduce a determinar el momento flector interno en el elemento, el cual depende de las condiciones de borde. En términos generales, la deformación por flexión puede definirse mediante la Ecuación (5).

$$\Delta_f = \frac{P H^3}{\beta E I_z} \quad (5)$$

donde β es un factor que dependerá de las condiciones de borde (Figura 4). Habitualmente, el muro se modela como una viga en voladizo, en cuyo caso el factor β es 3. Alternativamente, puede considerarse un modelo de muro como una viga doblemente empotrada, con grado de libertad libre en el desplazamiento lateral en el nodo donde se aplica la carga externa y restringido a giro en el borde superior, en este caso el factor β es 12.

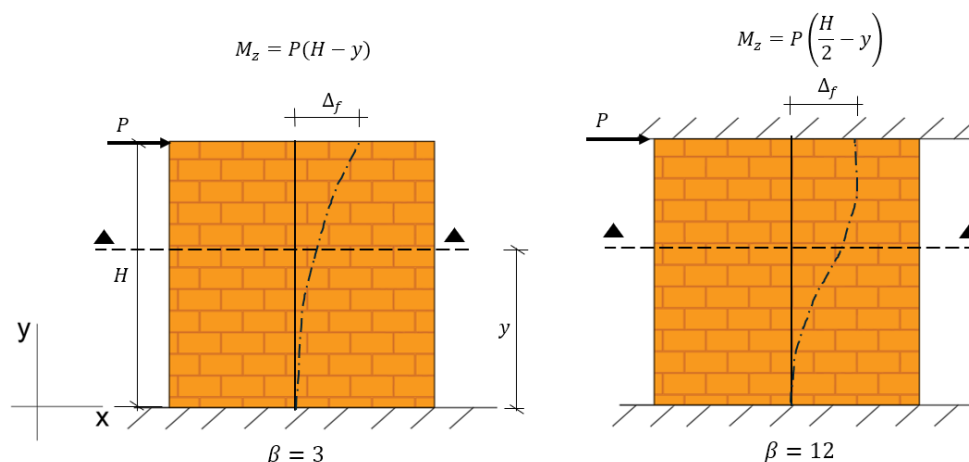


Figura 4. Modelo del muro para definir el factor β

El comportamiento del muro para la deformación por cortante es similar. Cuando el muro está sometido a un esfuerzo cortante en el plano que alcanza el esfuerzo cortante de cedencia del material ($\tau_{12} = \tau_{xy}$) la densidad de energía de deformación de un elemento diferencial se expresa por medio de la Ecuación (6).

$$u = \frac{U}{V} = \int_0^{\gamma_{12}} G \gamma_{xy} d\gamma_{xy} = \frac{G \gamma_{12}^2}{2} = \frac{\tau_{xy}^2}{2 G} \quad (6)$$

donde G representa el módulo de cortante del material y γ_{xy} es la deformación a cortante correspondiente a τ_{xy} .

El módulo de corte de la mampostería se obtiene a partir del ensayo a compresión diagonal de un murete cuya longitud sea al menos 1.5 veces la longitud del mampuesto y el número de hiladas necesarias para que la altura sea aproximadamente igual a la longitud. Los muretes se someten a una carga de compresión monótona a lo largo de la diagonal y el esfuerzo cortante medio se determina dividiendo la carga máxima entre el área bruta del murete medida sobre la misma diagonal (Gobierno de la Ciudad de México, 2023) (Figura 5).

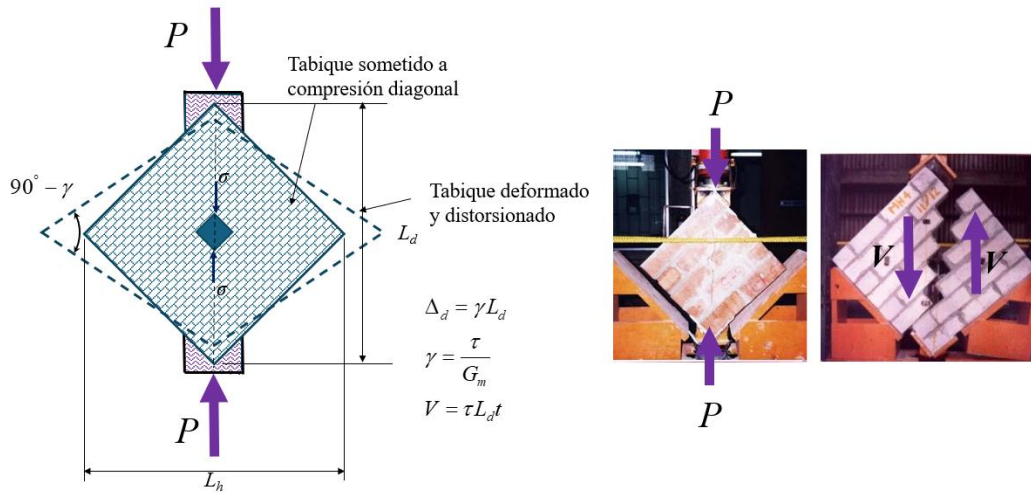


Figura 5. Murete para prueba en compresión diagonal

Este ensayo es fundamental para determinar la resistencia a la compresión diagonal de la mampostería (v'_m), parámetro que incide directamente en su capacidad para resistir esfuerzos cortantes. En efecto, toda carga lateral, como las inducidas por sismos, genera un estado de compresión diagonal que provoca esfuerzos de tensión y compresión a lo largo de la diagonal del muro. La presencia de esfuerzos de tensión diagonal representa una de las principales causas por las que fallan los elementos de mampostería (Zúñiga Cuevas, 2005).

La densidad de energía de deformación por cortante se define considerando un diferencial del volumen ($dV = dA dy$), donde se expresa el esfuerzo cortante en función de la fuerza cortante (V), el módulo de corte (G), el momento estático de área (Q_z), el espesor del muro (t) y el momento de inercia de área (I_z):

$$U_{cortante} = \int_V U_o dV = \int_0^H \frac{V^2}{2 G I_z^2} \left(\int_A \frac{Q_z^2}{t^2} dA \right) dy \quad (7)$$

De la Ecuación (7), al multiplicar y dividir por el área transversal se obtiene la Ecuación (8), donde el término entre corchetes es la ecuación que define el factor de forma geométrico a cortante. Este factor se denota como η , de modo que la energía de deformación a cortante queda expresada mediante la Ecuación (9).

$$U_{cortante} = \int_0^H \frac{V^2}{2 G A} \left[\frac{A}{I_z^2} \left(\int_A \frac{Q_z^2}{t^2} dA \right) \right] dy \quad (8)$$

$$U_{cortante} = \int_0^H \eta \frac{V^2}{2 G A} dy \quad (9)$$

La derivación del factor de forma geométrico es conocida para secciones rectangulares y de material homogéneo e isótropo; para estos casos $\eta = 1.2$. A partir del concepto de trabajo interno, la energía de deformación a cortante se relaciona con la fuerza externa aplicada, de modo que la deformación por cortante (Δ_c) que se genera se obtiene a partir de la Ecuación (10).

$$\Delta_c = \eta \frac{P H}{G A} \quad (10)$$

Con base en el principio de superposición, el desplazamiento lateral total se obtiene como la suma de la deformación por flexión (Ecuación 5) y la deformación por cortante (Ecuación 10), es decir: $\Delta = \Delta_f + \Delta_c$.

Muro de mampostería confinada

El muro de mampostería confinada se caracteriza por la interacción entre el paño de mampostería simple y los elementos de concreto reforzado que lo rodean (Figura 6). Para derivar las expresiones que describen el comportamiento del muro de material compuesto, se empleó el método de la sección transformada, partiendo del axioma básico que se emplea en secciones de un solo material y bajo comportamiento lineal y elástico, es decir, las secciones transversales permanecen planas durante la flexión. Esta hipótesis es válida para flexión pura, independientemente de la naturaleza del material. Por lo tanto, las deformaciones unitarias normales (ε_y) en un muro compuesto varían linealmente con respecto a la posición del eje neutro (Ecuación 11).

$$\varepsilon_y = -\frac{x}{\rho} = -k x \quad (11)$$

donde x es la distancia medida desde el eje neutro y ρ es el radio de curvatura.

En un muro de mampostería confinada interactúan tres materiales: mampostería, concreto y el acero de refuerzo embebido en los elementos de confinamiento. Debido a la baja cuantía de refuerzo longitudinal y a su reducida contribución a la rigidez elástica global, se propone una formulación simplificada en la que el efecto del acero se desprecia y se considera únicamente el aporte de la mampostería y del concreto de los elementos de confinamiento. Esta aproximación se emplea para mantener la consistencia con el modelo de elementos finitos desarrollado en Abaqus/CAE, en el cual el acero de refuerzo no fue modelado explícitamente. Adicionalmente, se plantea una formulación refinada que incorpora la contribución del acero, con el propósito de evaluar su influencia en la rigidez lateral y comparar los resultados con la respuesta experimental. En ambas formulaciones se asume adherencia perfecta entre los materiales, de modo que el muro y los elementos de confinamiento actúan monolíticamente.

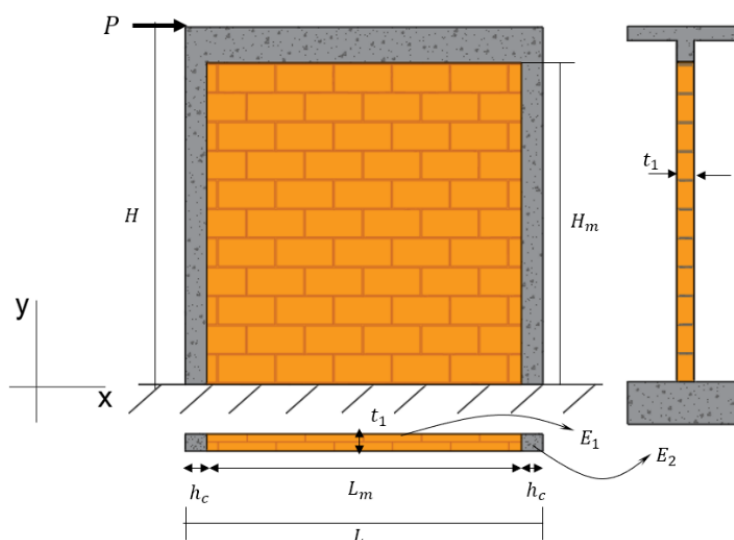


Figura 6. Muro de mampostería confinada

Formulación simplificada

La Figura 7 muestra una representación esquemática de la variación de los esfuerzos normales a lo largo de la sección transversal del elemento. El material 1 corresponde a la mampostería, con módulo de elasticidad E_1 , mientras que el material 2 representa el concreto con módulo de elasticidad E_2 , cumpliéndose que $E_2 > E_1$.

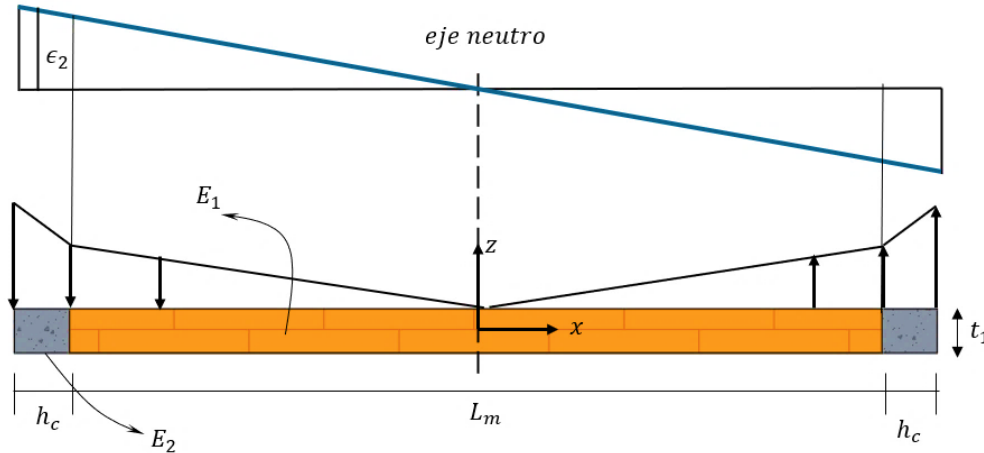


Figura 7. Variación del esfuerzo normal y las deformaciones unitarias en una sección compuesta por dos materiales

La posición del eje neutro se determina mediante la condición de equilibrio axial, donde la resultante de las fuerzas normales que actúan sobre la sección transversal es nula. Aplicando la ley de Hooke y la relación entre las deformaciones unitarias y la curvatura (Ecuación 12), es posible definir los esfuerzos normales a una distancia x , medida a partir de la posición del eje neutro (Ecuación 13).

$$\sigma_{yi} = -E_i k x \quad (12)$$

$$\int_{A_1} E_1 k x dA + \int_{A_2} E_2 k x dA = 0 \quad (13)$$

Dado que la curvatura es una constante en cualquier sección transversal, no se involucra en el desarrollo de las integrales. Además, al tratarse de una sección transversal doblemente simétrica, como es el caso del muro analizado, el eje neutro se encuentra ubicado a la mitad de la longitud. La derivación de la deformación por flexión del muro compuesto se obtiene de la relación momento-curvatura. El desarrollo depende del modelo estructural adoptado, particularmente de las condiciones de borde, tal como se aplicó en el caso del muro de mampostería simple. El momento flector interno puede obtenerse como una sumatoria de momentos diferenciales, los cuales se expresan en función de los esfuerzos normales distribuidos sobre la sección, según la Ecuación (14):

$$M_z = -\int_1 \sigma_{y1} x dA - \int_2 \sigma_{y2} x dA \quad (14)$$

Al sustituir la Ecuación (12) en la Ecuación (14), y teniendo en cuenta que el momento de inercia con respecto a un eje se define como el producto del área del elemento por la distancia al cuadrado al eje de referencia, es decir, $I_z = \int_A x^2 dA$, se obtiene la expresión que describe el momento flector del sistema compuesto (Ecuación 15).

$$M_z = k (E_1 I_1 + E_2 I_2) \quad (15)$$

El momento de inercia de toda el área de la sección transversal con respecto al eje neutro (eje z) se expresa como $I = I_1 + I_2$, siendo I_1 e I_2 los momentos de inercia de área correspondientes a cada material constituyente del muro (mampostería y concreto respectivamente). La relación entre el momento flector y la curvatura para un muro compuesto de dos materiales se obtienen al despejar la curvatura en la Ecuación (16). Aplicando la doble integración sobre esta expresión, se obtiene la deformación por flexión, donde M_z representa el momento flector interno, el cual depende de las condiciones de borde que se adopte en el modelo estructural. La Ecuación (17) es similar a la Ecuación (5) pero extendida a un muro compuesto de dos materiales.

$$k = \frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{E_1 I_1 + E_2 I_2} = \frac{d^2 u}{dy^2} \quad (16)$$

$$\Delta_f = \frac{P H^3}{\beta (E_1 I_1 + E_2 I_2)} \quad (17)$$

El método de la sección transformada es un procedimiento alternativo para analizar esfuerzos de flexión de un elemento compuesto. El método consiste en transformar la sección transversal de un elemento compuesto a una sección transversal de un elemento imaginario que está hecho de un solo material. Para que el muro transformado sea equivalente al muro original su eje neutro debe estar ubicado en el mismo lugar y su capacidad de resistencia de momento debe ser la misma. Además, este método implica relacionar los módulos de elasticidad de los materiales, parámetro definido como n_c (Ecuación 18). La Figura 8 muestra la sección transversal compuesta, que incluye dos áreas: el área 1 (mampostería), con sus dimensiones originales, y el área 2 (concreto), con su ancho (dimensión paralela al eje neutro) multiplicada por n_c .

$$n_c = \frac{E_2}{E_1} = \frac{E_c}{E_m} \quad (18)$$

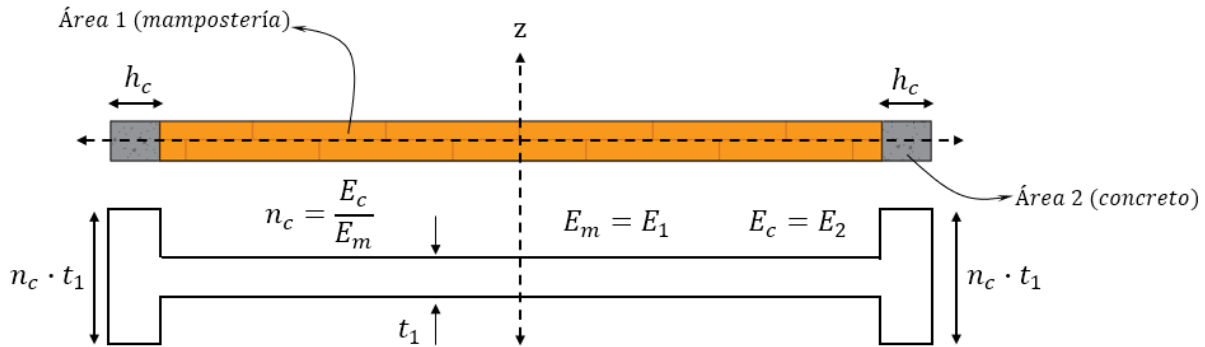


Figura 8. Sección transversal del muro de mampostería confinada y su sección transformada

La relación momento-curvatura del muro transformado puede igualarse a la del muro original mediante la conversión del material de concreto a mampostería. En este contexto, el momento de inercia de la sección transversal transformada se determina considerando la equivalencia geométrica y mecánica entre materiales, y se expresa como:

$$I_T = I_1 + n_c I_2 = I_m + n_c I_c \quad (19)$$

Por lo tanto, el desplazamiento por flexión se define a partir de la Ecuación (20):

$$\Delta_f = \frac{P H^3}{\beta E_m I_T} \quad (20)$$

Para el cálculo del desplazamiento por cortante, y para fines del cálculo del momento estático de área, la sección transversal del muro transformado se subdivide en dos segmentos, conforme se ilustra en la Figura 9. Por tratarse de un muro de material compuesto, el factor de forma geométrico se obtiene resolviendo la Ecuación (21), donde A_T corresponde al área transformada de la sección transversal del muro. En el caso del muro analizado, que es simétrico, A_T se obtiene de la Ecuación (22), donde se ha definido un factor $\alpha = h_c/L_m$.

$$\eta = \frac{A_T}{I_T^2} \int_{A_T} \frac{Q^2}{t_1^2} dA_T \quad (21)$$

$$A_T = (2n_c \alpha + 1) L_m t_1 \quad (22)$$

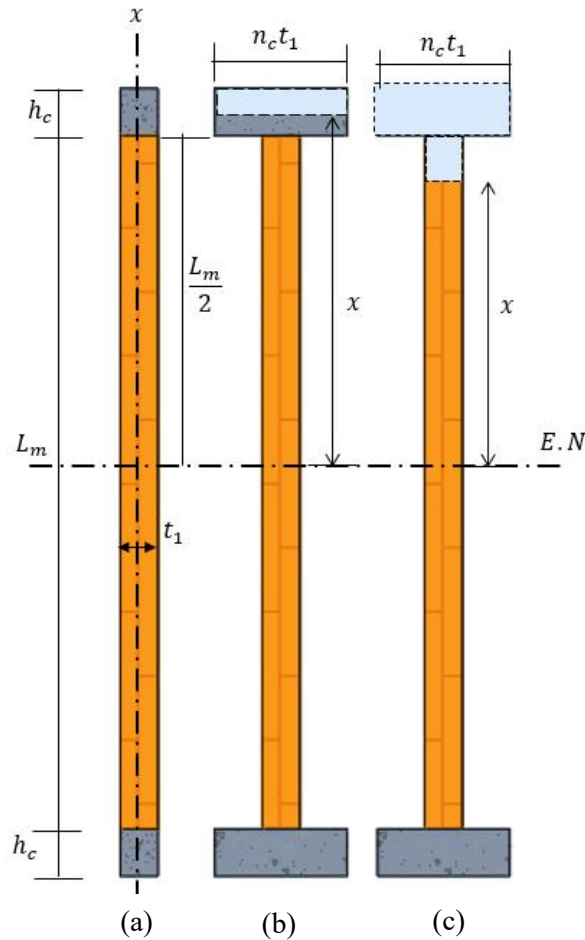


Figura 9. (a) Sección transversal del muro confinado; (b) segmento para el cálculo del momento estático en la columna; (c) segmento para el cálculo del momento estático en la mampostería

Se puede demostrar que los momentos estáticos de área para la sección donde se encuentran las columnas de confinamiento y el paño de la mampostería se obtienen a partir de las Ecuaciones (23) y (24) respectivamente. El factor de forma geométrico para el muro de sección compuesta y de material heterogéneo (η) se obtiene resolviendo las integrales en la Ecuación (25), en dicha ecuación, el momento de inercia de la sección transformada (I_T) se obtiene aplicando el teorema de Steiner o de los ejes paralelos, tomando como referencia el eje fuerte del muro (eje z) y se expresa conforme a la Ecuación (26).

$$Q_c = \frac{1}{8} [L_m^2 (1 + 2\alpha)^2 - 4x^2] n_c t_1 \quad (23)$$

$$Q_m = \frac{1}{8} [L_m^2 (1 + 4\alpha (1 + \alpha) n_c) - 4x^2] t_1 \quad (24)$$

$$\eta = \frac{A_T}{I_T^2} \left[2 \int_{\frac{L_m}{2}}^{(1+2\alpha)\frac{L_m}{2}} \frac{Q_c^2}{n_c t_1} dx + \int_{-\frac{L_m}{2}}^{\frac{L_m}{2}} \frac{Q_m^2}{t_1} dx \right] \quad (25)$$

$$I_T = \frac{L_m^3 t_1}{12} [1 + 2\alpha (3 + 6\alpha + 4\alpha^2) n_c] \quad (26)$$

Formulación refinada

Un análisis más riguroso contempla el aporte del acero en las columnas de confinamiento en la sección transversal del muro (Figura 10). En ese caso, mediante la aplicación del teorema de los ejes paralelos, la expresión del momento de inercia de la sección transformada (I_T' para diferenciar de la inercia transformada sin la contribución del acero), correspondiente a un muro simétrico en cuanto a la ubicación de las columnas de confinamiento, se obtiene mediante la Ecuación (27). En esta ecuación, n_s representa la razón modular entre el material de acero embebido en las columnas de confinamiento y la mampostería.

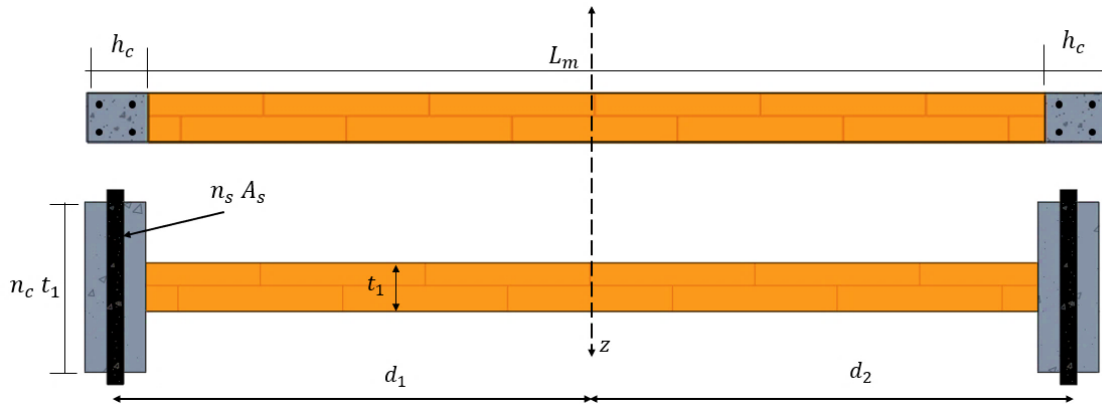


Figura 10. Sección transformada de un muro de mampostería confinada incluyendo al acero de refuerzo como tercer material

$$I_T' = \frac{L_m^2}{12} [6 A_s n_s (1 + \alpha)^2 + L_m t_1 (1 + 2\alpha (3 + 6\alpha + 4\alpha^2) n_c)] \quad (27)$$

Al desarrollar las integrales en la Ecuación (25) se obtiene que, para un muro de mampostería confinada con geometría simétrica, el factor de forma geométrico a cortante (η) está definido por la Ecuación (28). Esta expresión indica que η dependerá de la relación modular entre los materiales y el factor α que relaciona la altura de la columna con la longitud del muro de mampostería. La Figura 11a muestra la variación del factor de forma geométrico en función de n_c y α utilizando la Ecuación (28):

$$\eta = \frac{6(1+2\alpha n_c)(1+2\alpha n_c(5+\alpha(5+\alpha(10+\alpha(25+16\alpha))))+15\alpha(1+\alpha)^2 n_c)}{5(1+2\alpha(3+6\alpha+4\alpha^2)n_c)^2} \quad (28)$$

Taveras Montero (2008) propusieron una aproximación del factor de forma geométrico por cortante considerando un elemento finito cuadrilátero bilineal. Utilizando la función de interpolación para el nodo 3 del elemento finito cuadrilátero bilineal representado en la Figura 11b, y ajustando la función considerando un límite superior de 6 y un límite inferior de 1.2, se obtiene el factor de forma geométrico aproximado mediante la Ecuación (29).

$$N(n_c, \alpha) = \frac{6}{5} [1 + \alpha \cdot (n_c - 1)] \quad (29)$$

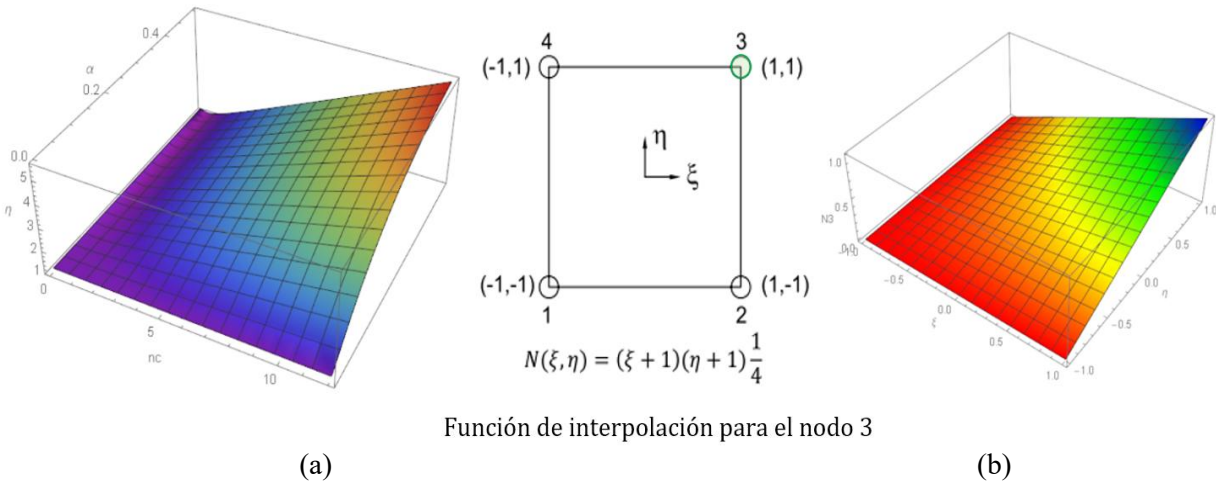


Figura 11. (a) Comportamiento del factor de forma geométrico a cortante en función de la relación modular n_c y el factor α ; (b) función de interpolación del nodo 3

La Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural (SMIE, 2009), en su reporte “*Guía para el Análisis de Estructuras de Mampostería*”, presenta una simplificación del factor de forma geométrico a cortante. La expresión propuesta (Ecuación 30) toma en cuenta la contribución de las columnas de confinamiento, para lo cual se define el parámetro $\alpha' = \frac{\sum h_c}{L_m}$, donde $\sum h_c$ es la suma de las alturas de las columnas de confinamiento y L_m corresponde a la longitud del paño del muro. En el caso particular de un muro con dos columnas de confinamiento de igual altura ubicadas en sus extremos, se tiene que $\alpha' = 2\alpha$.

$$\eta' = \frac{6}{5} + \frac{6\alpha'(n_c - 1)}{5(2 + 2\alpha')} \quad \begin{matrix} 0 < \alpha' < 0.2 \\ 1 < n_c < 6 \end{matrix} \quad (30)$$

La Figura 12 compara las tres formulaciones del factor geométrico, evaluadas para dos valores extremos de relación modular ($n_c = 3$ y $n_c = 16$) en función del parámetro α . Se observa que el factor de forma propuesto por Taveras Montero (2008) ofrece una aproximación adecuada para valores de α entre 0 y 0.2 y para relaciones modulares pequeñas (p.e. $n_c = 3$), mientras que para relaciones modulares grandes (p.e. $n_c = 16$) se pierde la aproximación con respecto a la función analítica.

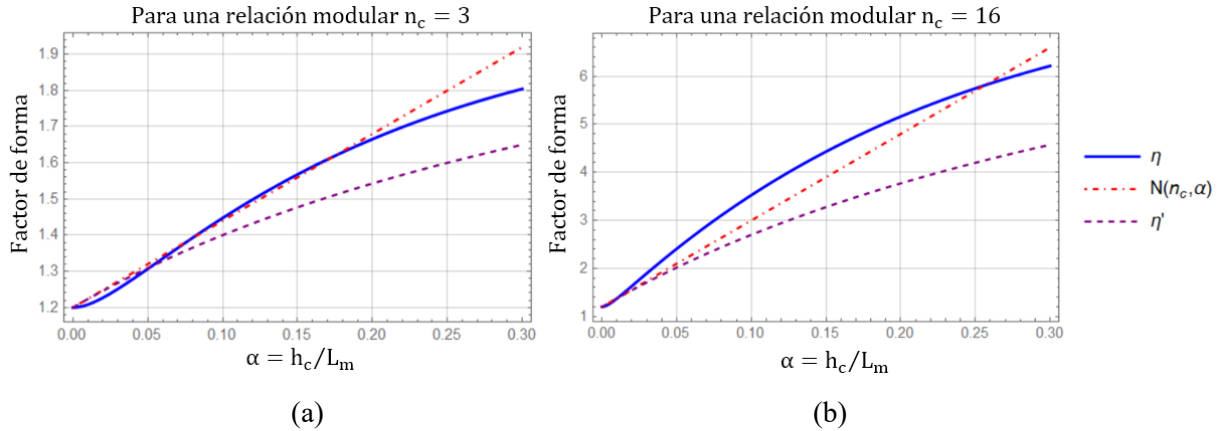


Figura 12. Gráficas del factor de forma geométrico por cortante aproximados versus el analítico

La deformación por cortante para el muro de mampostería confinada está dada por la Ecuación (31).

$$\Delta_c = \eta \frac{P H}{A_T G_m} \quad (31)$$

Según Tomaževič (1999), la rigidez de un muro de mampostería confinada se obtiene mediante la sumatoria de la rigidez del marco de concreto y el paño de mampostería. La viga superior se considera como un cuerpo rígido, el cual es representado por el mismo desplazamiento horizontal de ambos extremos. Utilizando el principio de superposición se obtiene el desplazamiento total del muro de mampostería confinada (Ecuación 32) y la rigidez del muro confinado se obtienen como: $K = P/\Delta$ (Ecuación 33).

$$\Delta = \frac{P H^3}{\beta E_m I_T} + \eta \frac{P H}{A_T G_m} \quad (32)$$

$$K = \left[\frac{H^3}{\beta E_m I_T} + \eta \frac{H}{A_T G_m} \right]^{-1} \quad (33)$$

donde H es la altura total del muro confinado; I_T y A_T son el momento de inercia correspondiente a la formulación simplificada y el área de la sección transformada, respectivamente; η es el factor de forma por cortante; β es un factor que define las condiciones de borde del modelo estructural; E_m es el módulo de elasticidad de la mampostería; y G_m es el módulo de cortante de la mampostería. Las expresiones analíticas representadas por las Ecuaciones (32) y (33) pueden refinarse sustituyendo el momento de inercia de la formulación simplificada, I_T , por el momento de inercia I_T' , el cual incorpora la contribución del acero de refuerzo mediante el método de la sección transformada.

COMPARACIÓN CON EL MODELO EXPERIMENTAL DEL CENAPRED (M-0-E6)

Una vez concluida la presentación de los conceptos fundamentales, en esta sección se presenta la contribución principal de este estudio, centrada en tres aspectos: (i) evaluar el efecto de los elementos de confinamiento sobre el comportamiento estructural del muro, (ii) comparar en términos de rigidez el método analítico usando la formulación refinada con los resultados experimentales obtenidos por Aguilar Ramos (1997), y (iii) comparar los resultados obtenidos en términos de rigidez lateral, distribución de esfuerzos y

deformaciones unitarias mediante la formulación analítica simplificada descrita previamente, con los resultados obtenidos de la modelación por elementos finitos utilizando el software Abaqus/CAE.

El muro de estudio corresponde al espécimen M-0-E6, que representa un muro de mampostería confinada típico el cual fue ensayado de forma cuasi-estática en la década de 1990 en el laboratorio de estructuras grandes del Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) del gobierno de México (Aguilar Ramos, 1997). La geometría del espécimen y los detalles del refuerzo en los elementos de confinamiento (viga-columnas) se muestran en la Figura 13 y las propiedades mecánicas de los materiales se resumen en las Tablas 1 y 2.

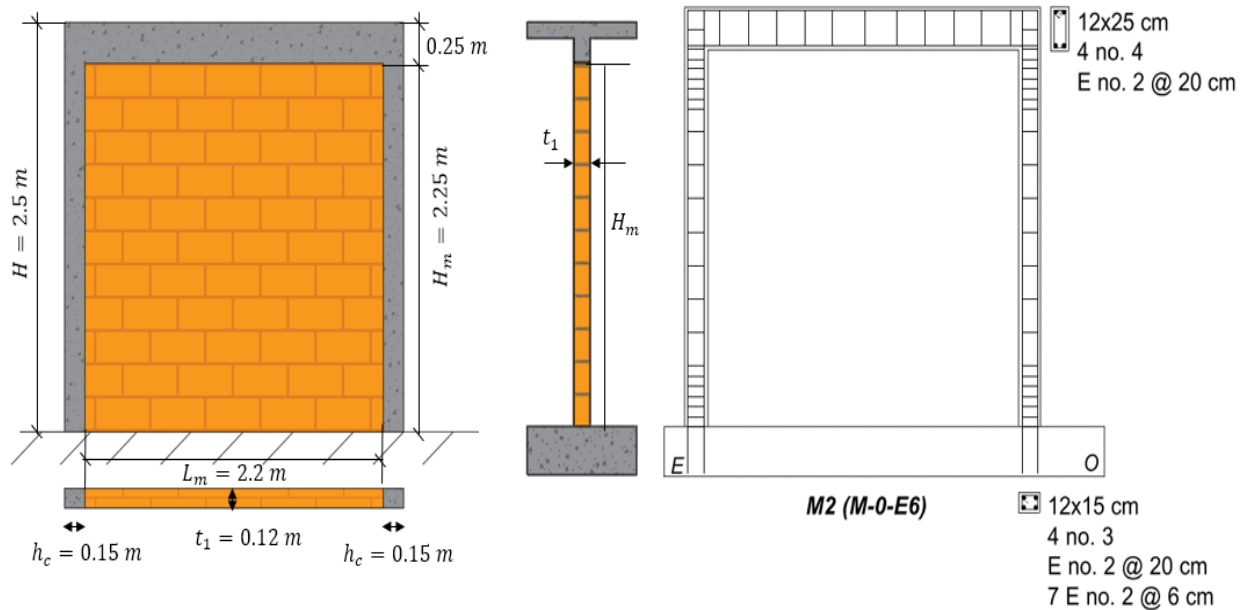


Figura 13. Geometría del muro M-0-E6 y detalle del refuerzo en los elementos de confinamiento

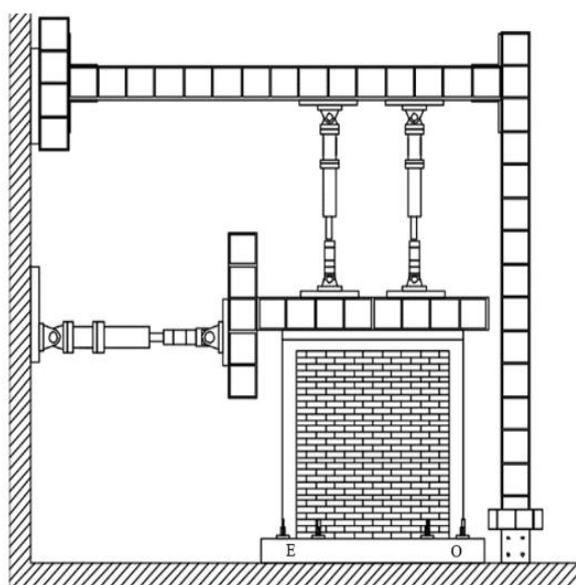
Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales (Aguilar Ramos, 1997)

Parámetro evaluado	Espécimen M-0-E6 MPa (kg/cm ²)
Mampostería	
Resistencia en compresión, f'_m	2.6 (27)
Resistencia a compresión diagonal, v'_m	0.26 (2.6)
Módulo de elasticidad, E_m	714.7 (7285)
Módulo de corte, G_m	475.8 (4850)
Elementos de confinamiento	
Resistencia a la compresión de columnas, f'_c	27.5 (280)
Resistencia a la compresión de la viga, f'_c	27.0 (275)
Módulo de elasticidad de columnas, E_c	10900 (111149)
Módulo de elasticidad de la viga, E_c	10940 (111557)

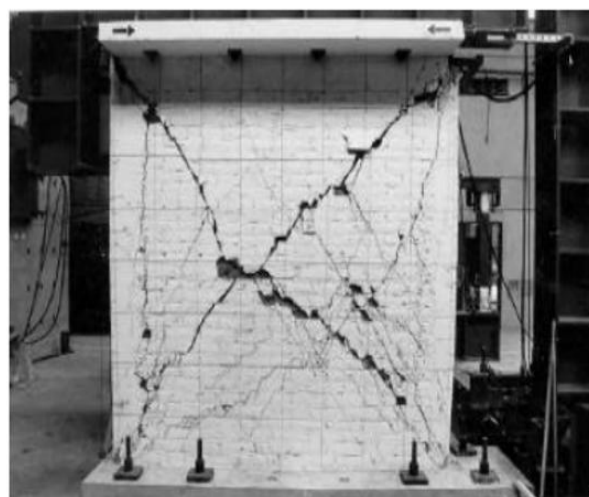
Tabla 2. Propiedades mecánicas del acero de refuerzo empleado en los elementos de confinamiento del muro M-0-E6 (Aguilar Ramos, 1997)

Denominación	f_y MPa (kg/cm ²)	ϵ_y (%)	E_s MPa (kg/cm ²)	f_u MPa (kg/cm ²)
#2	232.5 (2370)	0.2	116250 (1185000)	445.9 (4545)
#3	447.3 (4560)	0.2	223670 (2280000)	679.3 (6925)
#4	434.6 (4430)	0.2	217290 (2215000)	714.7 (7285)

En el ensayo realizado por el CENAPRED, la carga lateral cíclica fue aplicada mediante un gato horizontal con capacidad de 100 toneladas (981 kN) (Figura 14a). Los ciclos fueron considerados positivos cuando el gato empujaba en dirección tal que la columna Oeste (O) experimentaba compresión y la columna Este (E) tracción (Pineda y Alcocer, 2004). De acuerdo con Aguilar Ramos (1997), el comportamiento del muro sometido a carga cuasi-estática estuvo dominado por deformaciones por cortante, con un patrón de agrietamiento con inclinaciones cercanas a los 45 grados (Figura 14b). En la Tabla 3 se presentan los resultados de la rigidez lateral del muro ensayado por el CENAPRED.



(a)



(b)

Figura 14. (a) Configuración del marco de carga; (b) configuración final del daño (Pineda y Alcocer, 2004)

Tabla 3. Respuesta del muro M-0-E6 durante el rango lineal (Aguilar Ramos, 1997)

Muro	Rigidez experimental, t/cm (kN/m)	
	Ciclos de carga positivo (K^+)	Ciclos de carga negativo (K^-)
M-0-E6	48.1 (47186.1)	42.4 (41594.4)

CÁLCULO DE LA RIGIDEZ Y EFECTOS INTERNOS DEL MURO M-0-E6

Análisis mediante el método de elementos finitos – Modelo de muro en cantilever

En la actualidad, el método de elementos finitos constituye una poderosa herramienta para el análisis de estructuras complejas como ciertos muros compuestos y de geometría complicada. Para fines prácticos, las soluciones obtenidas mediante la aplicación adecuada del método a problemas elásticos lineales pueden considerarse como prácticamente exactas. Básicamente, la aplicación del método consiste en dividir la estructura en subregiones denominadas elementos finitos, dentro de las cuales se prescribe la forma en que varían los desplazamientos en función de los valores correspondientes en los puntos denominados nodos.

Con base en las leyes constitutivas del material, como las relaciones que existen entre el esfuerzo y las deformaciones, se determina la matriz de rigidez del elemento, mediante el principio del trabajo virtual. Estas matrices están referenciadas a los grados de libertad nodales. La matriz global de rigidez de la estructura se construye ensamblando los aportes de las matrices elementales, sumando en donde corresponda, los términos asociados con los grados de libertad libres. Los desplazamientos de los nodos (Δ_i) ante un sistema de carga se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones lineales: $K \cdot \Delta = P$. Una vez determinados los valores de desplazamientos nodales (Δ_i), es posible calcular los esfuerzos y deformaciones en cualquier punto de interés dentro del elemento.

Para el modelo numérico del muro desarrollado en Abaqus/CAE, el análisis se desarrolló en dos dimensiones (2D) bajo un estado de esfuerzo plano (“plane stress”). Se emplearon elementos continuos bidimensionales tipo CPS8R, correspondiente a elementos cuadriláteros de ocho nodos (Q8) con integración reducida. Estos elementos permiten representar deformaciones axiales en las direcciones horizontal y vertical, así como deformaciones cortantes en el plano. Además, son capaces de reproducir la respuesta global a flexión y cortante del muro en su plano, como ocurre en un muro sometido a cargas laterales. Las funciones de interpolación empleadas en la formulación isoparamétrica se presentan en las Ecuaciones (34) a (36).

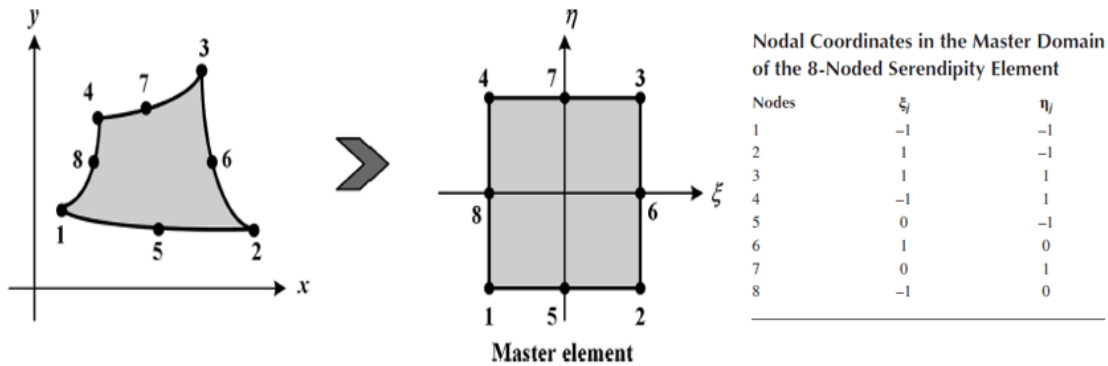


Figura 15. Elementos finitos cuadrilátero Q8, mapeo de un elemento serendipia de 8 nodos al elemento maestro y coordenadas nodales en el dominio de un elemento serendipia (Özgün y Kuzuoğlu, 2019)

$$N_j = \frac{1}{4}(1 + \xi_j \xi)(1 + \eta_j \eta)(\xi_j \xi + \eta_j \eta - 1) \quad (j = 1, 2, 3, 4) \quad (34)$$

$$N_j = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta_j \eta) \quad (j = 5, 7) \quad (35)$$

$$N_j = \frac{1}{2}(1 - \eta^2)(1 + \xi_j \xi) \quad (j = 6, 8) \quad (36)$$

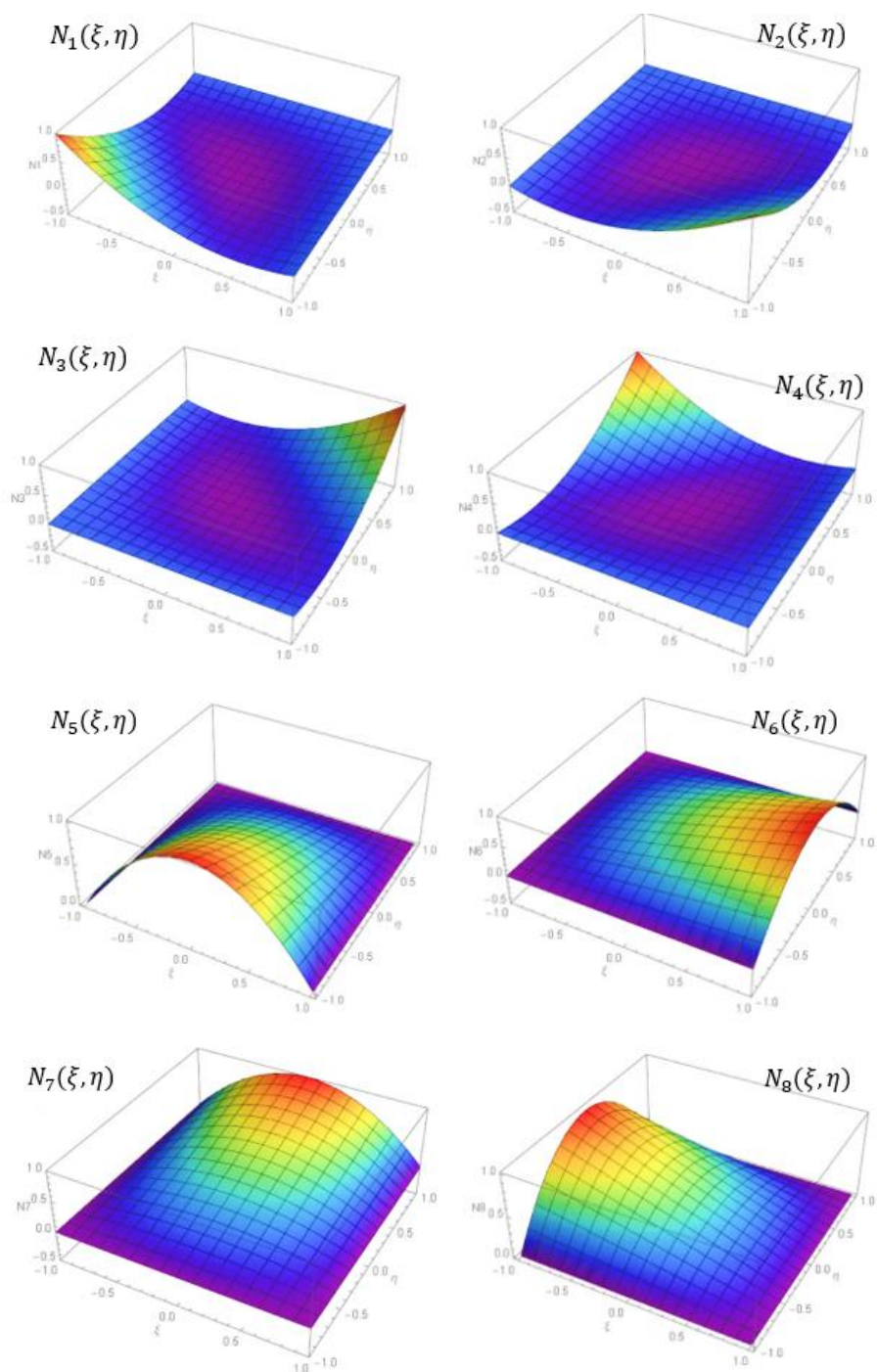


Figura 16. Funciones de forma en un elemento de serendipia de 8 nodos

En la modelación de muros estructurales también es común emplear elementos finitos tipo shell, los cuales poseen seis grados de libertad por nodo y combinan el comportamiento de placa (flexión) y membrana (deformaciones axiales y cortantes en el plano). Este tipo de elemento permite capturar rotaciones y deformaciones en las tres direcciones del análisis, por lo que resulta adecuado cuando se requiere representar simultáneamente la respuesta en el plano y fuera del plano del muro (Figura 17).

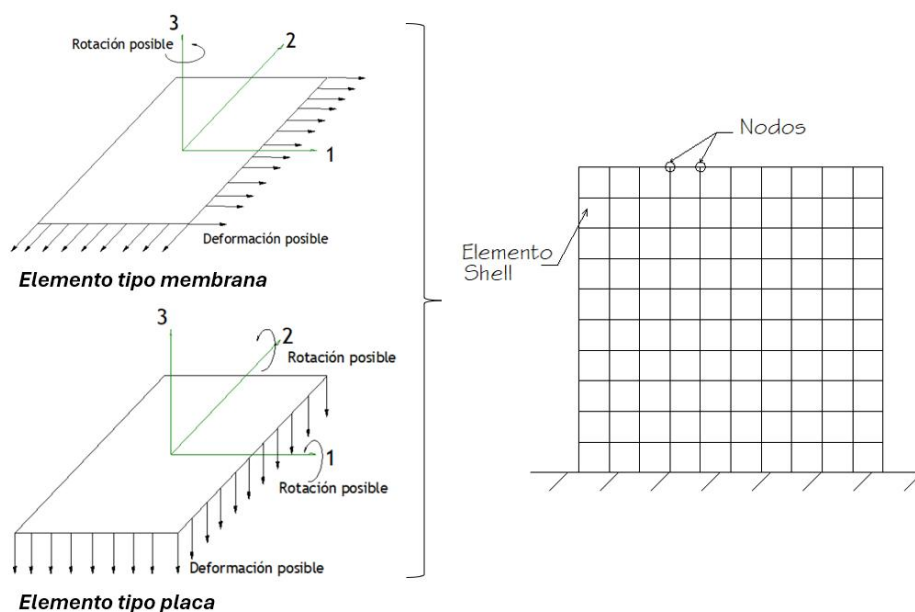


Figura 17. Elemento tipo shell

Se realizaron dos modelos del muro, ambos analizados mediante un modelo de viga en voladizo. El primer modelo corresponde a un muro sin los elementos de confinamiento, es decir, se considera como un panel de mampostería simple. En el segundo modelo se asignó el material de concreto a la región del paño de mampostería donde correspondía para definir la cinta de confinamiento que rodea el muro (Figura 18). En ambos casos se calcularon los mismos efectos internos (esfuerzos y deformaciones unitarias) y, como parámetro representativo del comportamiento estructural, la rigidez lateral. En el modelo numérico desarrollado en Abaqus/CAE no se incluyó el acero de refuerzo en los elementos de confinamiento, dado que su influencia se considera despreciable para fines del análisis. Finalmente, se realizó un proceso de calibración del modelo con el propósito de verificar la validez de los resultados obtenidos, considerando la sensibilidad de estos frente a diversos factores, tales como la posición y el tipo de carga aplicada, la forma de interpretar el desplazamiento en la parte superior del muro y la densidad de la malla empleada en la discretización del modelo.

Se aplicó una carga lateral de magnitud de 10 kN y, para evitar la concentración de esfuerzos en el punto de aplicación, dicha carga se distribuyó de manera uniforme sobre el mayor número posible de nodos. Para la evaluación del desplazamiento horizontal, se adoptó como mejor criterio el promedio de los desplazamientos registrados en todos los nodos ubicados en la corona del muro. La malla generada para el primer modelo (muro simple) fue de 25 elementos por cada dimensión del muro, para un total de 625 elementos finitos. Debido a que cada elemento tiene un nodo en la mitad (Q8), se obtuvieron valores de desplazamiento para 51 nodos superiores (Figura 18a), los cuales se emplearon para el cálculo del desplazamiento promedio.

Para el segundo análisis, el panel de mampostería y los elementos de confinamiento se modelaron como una única pieza bidimensional, posteriormente particionada para asignar las propiedades mecánicas correspondientes a cada material. La malla se refinó de tal manera que quedara con una configuración estructurada, en la que se distinguen las particiones entre el panel de mampostería y los elementos de confinamiento de concreto. Se empleó un tamaño del elemento de 0.05 x 0.05 m, lo que resultó en un total de 2500 elementos finitos en el modelo, como se muestra en la Figura 18b.

Debido a que la discretización comparte nodos en la interfaz mampostería-concreto, se garantiza la compatibilidad de desplazamientos y, por consiguiente, un comportamiento monolítico entre ambos materiales, que permiten representar adecuadamente la transferencia de esfuerzos dentro de un modelo continuo. En consecuencia, no fue necesario definir interacciones de contacto en el modelo en Abaqus, ya que estas condiciones quedan implícitas en la continuidad de la discretización.

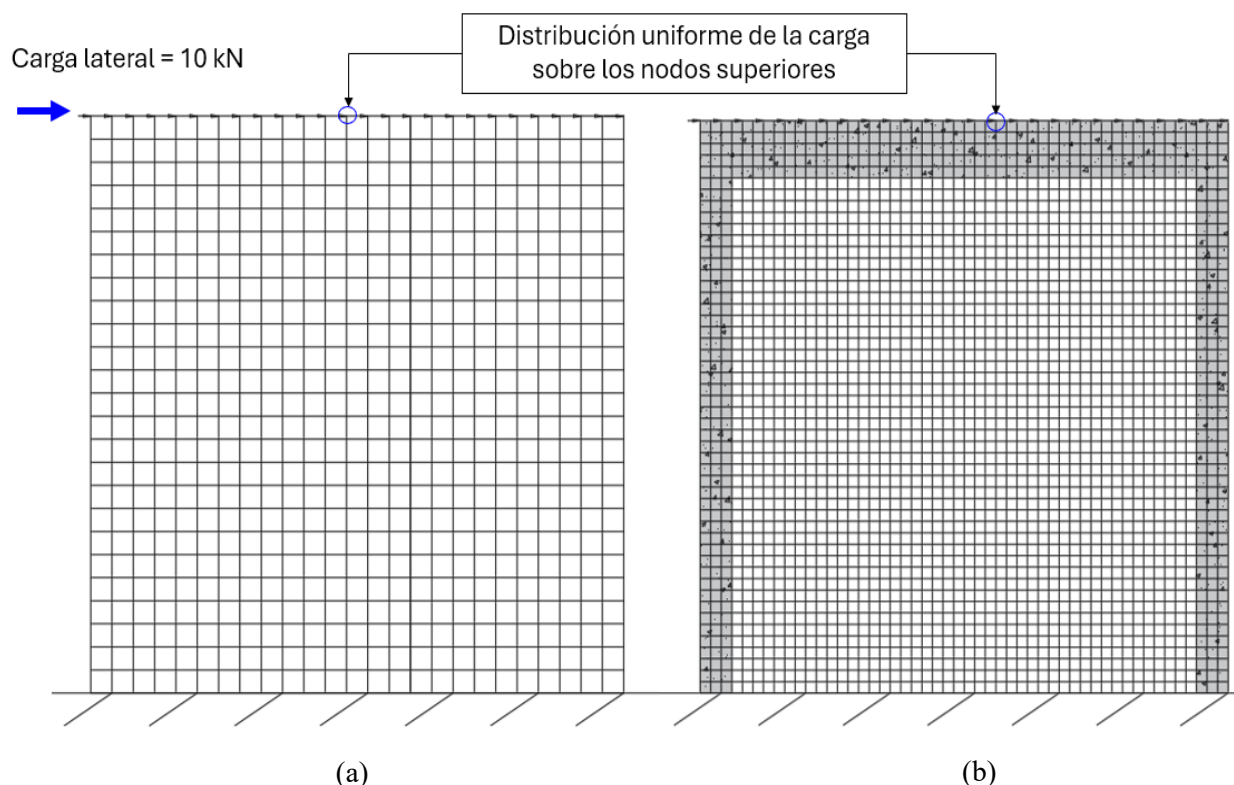


Figura 18. Densidad de malla en los modelos analizados: (a) muro simple; (b) muro confinado

En la Tabla 4 se muestran los resultados de desplazamiento y rigidez lateral para el muro simple y el muro de mampostería confinada, obtenidas mediante las expresiones analíticas derivadas y mediante el modelo FEM. Los resultados analíticos para el muro de mampostería confinada que se muestran en la Tabla 4 fueron obtenidos mediante la formulación simplificada, es decir sin incluir el acero de refuerzo en los elementos de confinamiento. Por su parte, la Tabla 5 muestra el error porcentual de la rigidez lateral entre el método analítico y el método de elementos finitos.

Tabla 4. Resultados del muro simple y confinado (M-0-E6) usando la formulación simplificada

Muro	Desplazamiento, ($\times 10^{-4}$ m)		Rigidez, kN/m		Incremento en rigidez %
	Muro simple	Muro confinado	Muro simple	Muro confinado	
Analítico	6.77	2.62	14780.5	38144.5	158
FEM	6.84	2.44	14623.0	41057.4	181

Tabla 5. Error porcentual de la rigidez lateral usando la formulación simplificada

Muro	% Error	
	Muro simple	Muro confinado
Analítico	1.1	7.6
FEM		

La Tabla 6 muestra los resultados del muro de mampostería confinada considerando la inercia de la sección transformada que incluye el aporte del acero embebido en las columnas de confinamiento (Ecuación 27). Este resultado se muestra para fines de comparar con los resultados experimentales. En los resultados analíticos se utilizó el factor de forma geométrico por cortante calculado con la Ecuación (28).

Tabla 6. Resultado analítico usando la formulación refinada

Muro confinado M-0-E6	Desplazamiento, ($\times 10^{-4}$ m)	Rigidez, kN/m	% Error	
			K ⁺	K ⁻
Analítico	2.44	41057.5	1.3	13

La Figura 19 muestra la relación fuerza-desplazamiento obtenida para el muro de mampostería simple y el muro de mampostería confinada. En ambos casos, la pendiente de la línea recta se define como la rigidez lateral en el rango lineal y elástico. Se observa que los muros confinados por los elementos de concreto reforzado son más rígidos, y a su vez permite una mejor distribución de los esfuerzos internos y las deformaciones en el elemento estructural, como se evidencia en la Figura 20b.

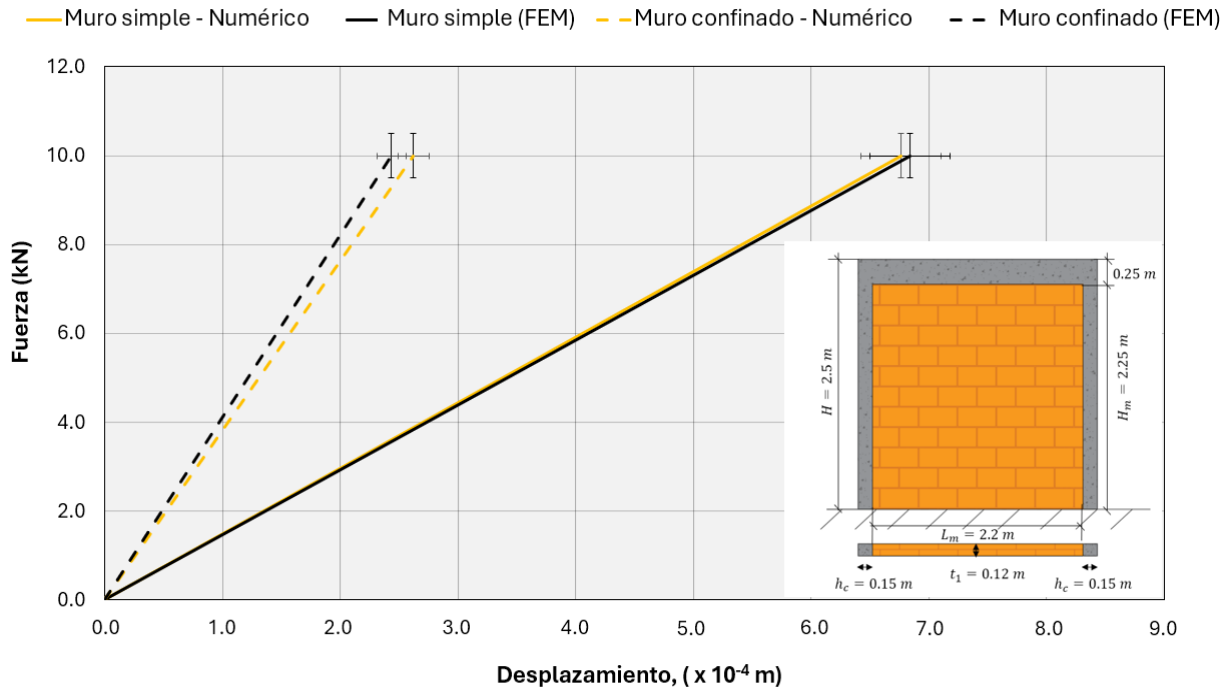


Figura 19. Relación fuerza-desplazamiento para los modelos analizados del muro

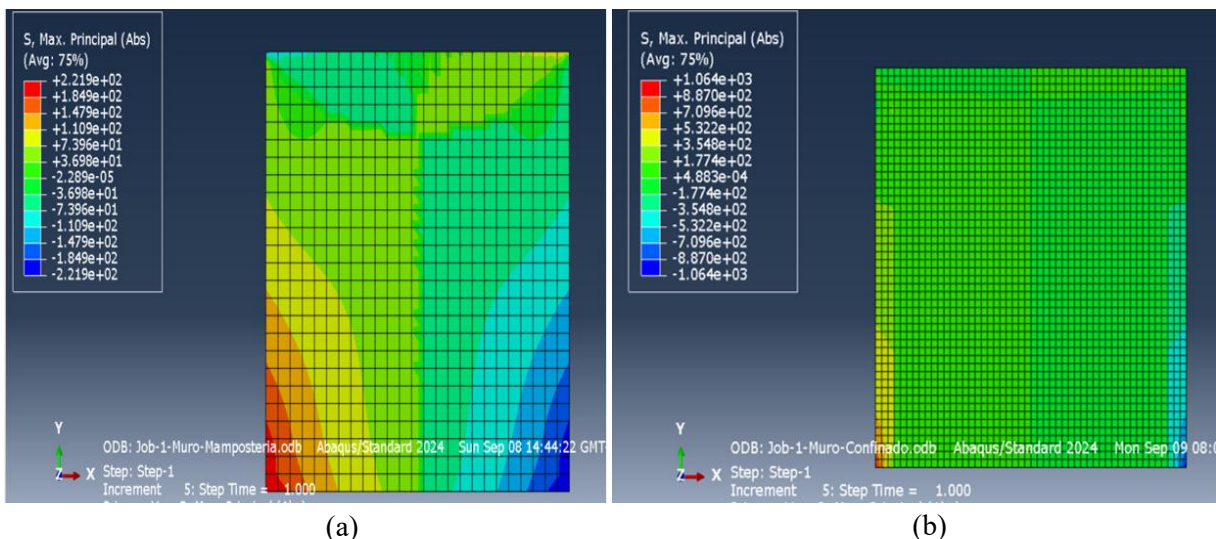


Figura 20. Distribución de esfuerzos normales máximos: (a) muro de mampostería simple; (b) muro de mampostería confinada

ESFUERZOS Y DEFORMACIONES EN EL ELEMENTO

Para presentar los resultados de los efectos internos bajo un estado de esfuerzo plano, las componentes de esfuerzo obtenidas con el elemento CPS8R corresponden a las de un elemento shell cuando este se encuentra sometido únicamente a acciones en su plano. Estas componentes son los esfuerzos normales σ_{11} y σ_{22} en las direcciones “X” y “Y”, respectivamente, y el esfuerzo cortante en el plano, τ_{12} .

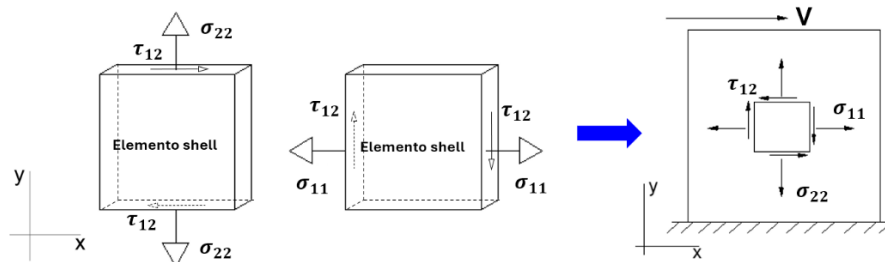


Figura 21. Componentes de esfuerzos en el plano

A partir de la teoría de Euler-Bernoulli, se determinó la distribución de esfuerzos y deformaciones unitarias normales y de cortante en el muro de mampostería simple (Figura 22 y 23). Para facilitar la comparación entre el modelo analítico y el modelo de elementos finitos, se presentan únicamente los resultados correspondientes al esfuerzo normal σ_{22} , al esfuerzo cortante τ_{12} y a sus respectivas deformaciones unitarias. Los efectos internos se evaluaron a lo largo del muro, haciendo un corte horizontal ubicado a una altura igual a $H/2$ del muro. Se utilizó la herramienta estadística Minitab para evaluar la correlación entre los resultados numéricos con los del modelo FEM, la correlación obtenida fue de 0.99, con un $R^2 = 99.9 \%$, lo que indica que la metodología analítica predice el comportamiento del muro modelado mediante el método de elementos finitos.

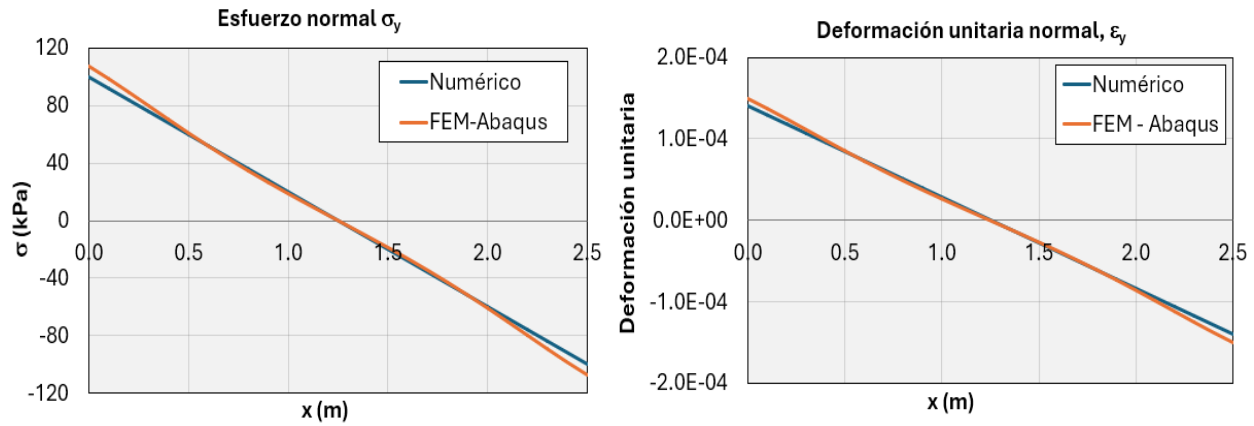


Figura 22. Distribución del esfuerzo normal y su deformación unitaria en dirección "y" del muro de mampostería simple

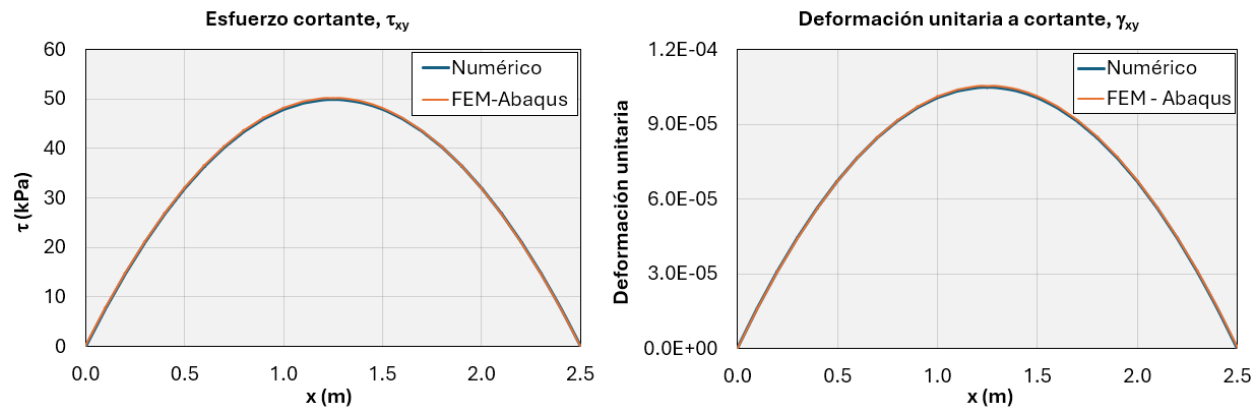


Figura 23. Distribución del esfuerzo cortante y su deformación unitaria del muro de mampostería simple

En el caso del muro de mampostería confinada, la teoría de Euler-Bernoulli se debe extender al análisis de una sección compuesta, en el que los esfuerzos se distribuyen en función de la rigidez de los materiales constituyentes. Por lo tanto, la magnitud de los esfuerzos normales será mayor en la zona correspondiente al material de concreto y menor en la zona donde se encuentra la mampostería, y tendrán una distribución lineal con respecto a la posición del eje neutro (Figura 24). La distribución del esfuerzo cortante, como es de costumbre, será máxima en el centro de la sección transversal y su distribución será parabólica hasta encontrarse con la región donde se encuentra el material de concreto, donde pasa a tener una distribución lineal (Figura 25). En base a los resultados obtenidos por Minitab, la correlación entre los resultados numéricos con los del modelo FEM fue de 0.99, con un $R^2 = 99.7\%$, lo que indica que el método numérico fue calibrado exitosamente con el modelo FEM.

Los esfuerzos normales σ_{22} se determinan aplicando la Ecuación (37) para el paño de mampostería y la Ecuación (38) para la zona donde se encuentra el material de concreto. Por su parte, los esfuerzos cortantes τ_{12} se determinan aplicando la Ecuación (39) para la región de mampostería y la Ecuación (40) para la del material de concreto. Las deformaciones unitarias se obtienen aplicando la ley de Hooke, considerando un comportamiento lineal y elástico.

$$\sigma_{y-m} = \frac{M_z(y) x}{I_T} \quad (37)$$

$$\sigma_{y-c} = \frac{M_z(y) x}{I_T} n_c \quad (38)$$

$$\tau_{xy-m} = \frac{V(y) Q_m}{t I_T} \quad (39)$$

$$\tau_{xy-c} = \frac{V(y) Q_c}{t I_T} \quad (40)$$

donde I_T es el momento de inercia de la sección transformada con respecto al eje neutro sin considerar el acero en las columnas de confinamiento; M_z es el momento flector interno que actúa a una altura $y = H/2$; x es la distancia desde el eje neutro hasta donde se desea conocer el valor del esfuerzo; n_c es la relación entre módulos; Q_m y Q_c son los momentos estáticos de área para la zona de la mampostería y concreto respectivamente; V es la fuerza cortante interna que actúa a una altura $y = H/2$; y t es el espesor del muro.

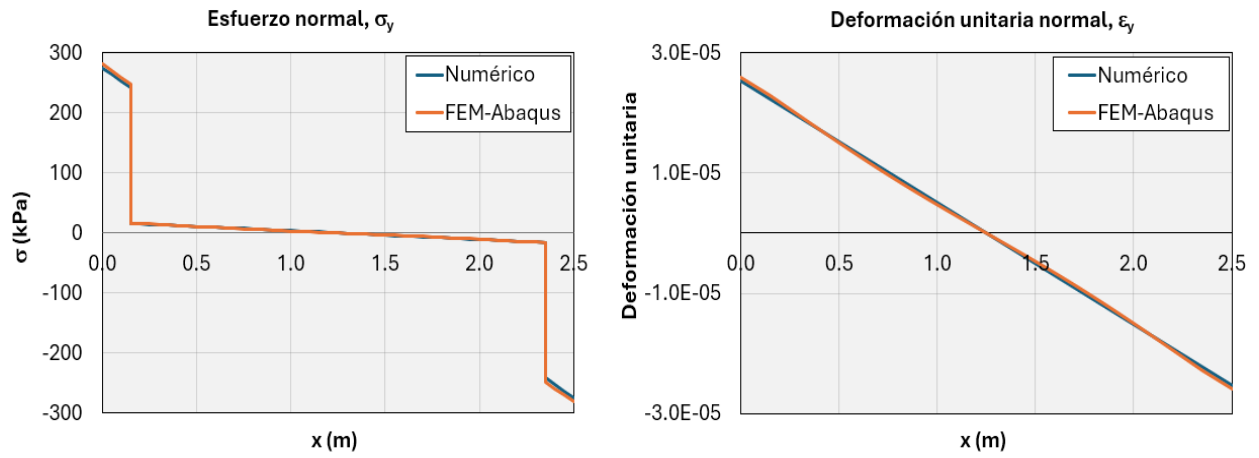


Figura 24. Distribución del esfuerzo normal y su deformación unitaria en dirección "y" del muro de mampostería confinada

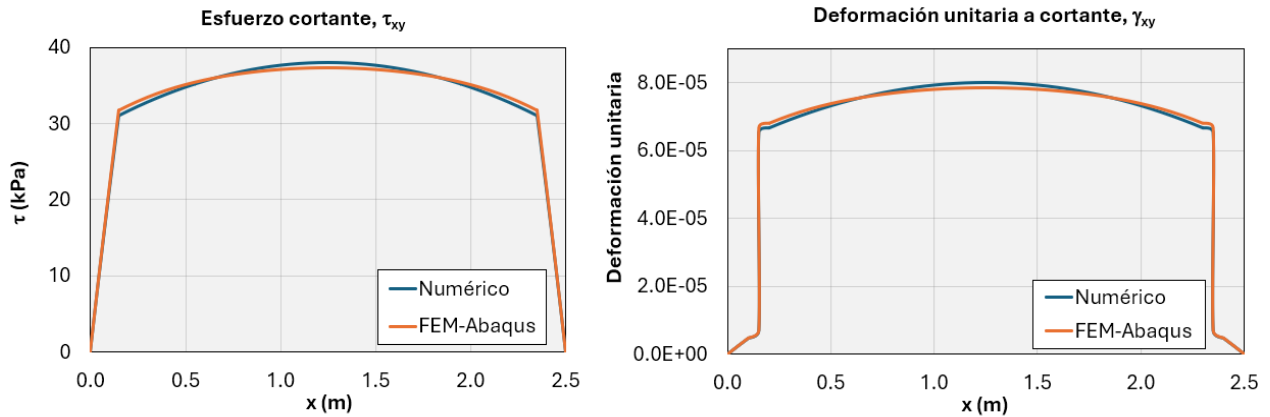


Figura 25. Distribución del esfuerzo cortante y su deformación unitaria del muro de mampostería confinada

Efecto de la relación de aspecto

Una vez comprobada la validación del método analítico aplicada al espécimen M-0-E6, se aplicó la formulación simplificada para determinar la rigidez lateral en el rango lineal para diferentes configuraciones de muros, variando únicamente la relación de aspecto H/L . Al representar en el eje de las abscisas la relación de aspecto H/L y en el eje de las ordenadas el parámetro adimensional de rigidez definido como $K/(t \cdot E_m)$, se observa que, para un muro de mampostería simple, la relación de aspecto $H_m/L_m = 1.0$ corresponde al punto de inflexión que separa dos regímenes de comportamiento: uno dominado por los efectos a cortante, característico en muros largos ($H_m/L_m < 1.0$), y otro dominado por la flexión, propio de muros esbeltos ($H_m/L_m > 1.0$). Esta transición geométrica se aprecia en la Figura 26, donde la variación del parámetro adimensional de rigidez refleja el cambio en el mecanismo de comportamiento.

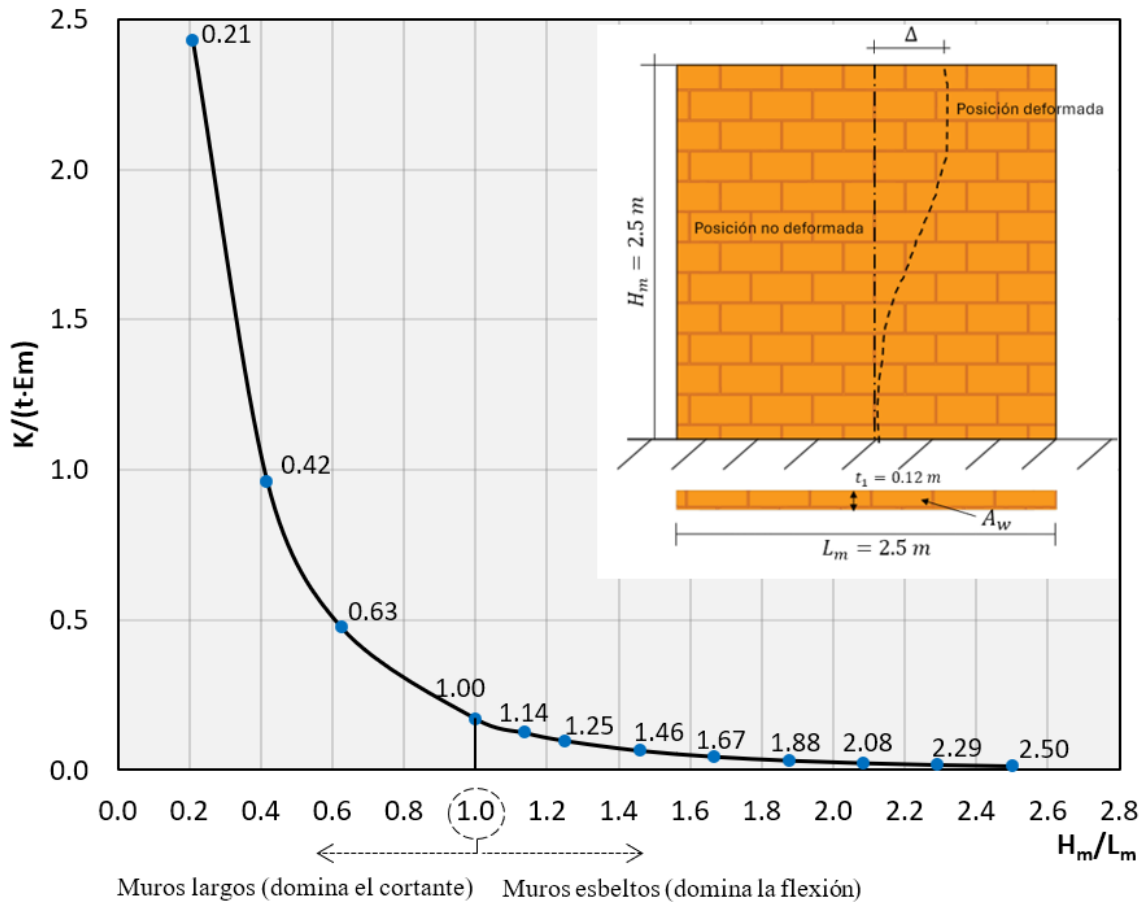


Figura 26. Efecto de la relación de aspecto en muros de mampostería simple

No obstante, cuando el muro es rodeado por los elementos de confinamiento, el comportamiento dominante es completamente al debido a los efectos por cortante tal como lo establece Tomažević (1997). La Figura 27 muestra que entre más esbelto sea el muro confinado, la rigidez lateral se reduce drásticamente. En estos casos el aporte de los elementos de confinamiento se vuelve importante, incluso suele ser mayor al aporte del paño de mampostería.

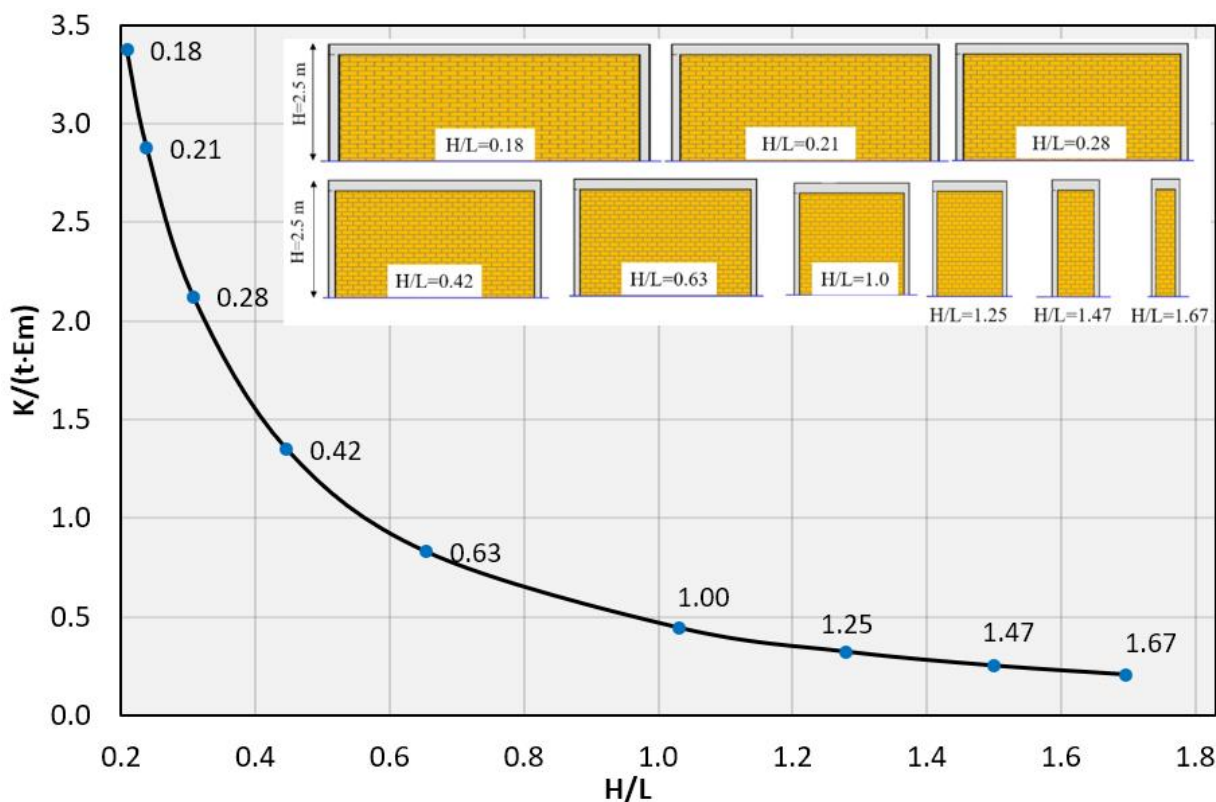


Figura 27. Efecto de la relación de aspecto en muros de mampostería confinada

La Tabla 7 presenta los resultados de rigidez lateral obtenidos para muros de mampostería simple y muros confinados, aplicando la formulación simplificada del método analítico. Las propiedades mecánicas de los materiales son equivalentes en todos los muros, las únicas variables son la relación de aspecto y la consideración de elementos de borde a partir de la cinta de concreto. Los valores presentados en la Tabla 7 están vinculados con los patrones de comportamiento ilustrados en las Figuras 26 y 27. Los resultados confirman que a medida que la relación de aspecto H/L aumenta, el confinamiento genera un efecto estructural significativo, aumentando la rigidez del sistema, y a medida que el muro es más esbelto, el aporte en rigidez de las columnas de confinamiento es dominante frente al paño de mampostería.

Tabla 7. Incremento en rigidez en función de la relación de aspecto y el confinamiento

H/L	Sin confinamiento	Confinado	Incremento
	K_e (kN/m)	K (kN/m)	(%)
0.21	208319.6	246800.2	18.5
0.42	82433.5	115751.9	40.4
0.63	40779.0	71065.4	74.0
1.0	14780.5	38144.5	158
1.25	8520.5	27655.0	225
1.67	3984.8	17732.7	345

CONCLUSIONES

La evaluación precisa del comportamiento sísmico de una estructura de mampostería confinada suele requerir de ensayos experimentales que, por su complejidad técnica y alto costo, no siempre son accesibles. En este contexto, el desarrollo de procedimientos analíticos que logren reproducir con fidelidad los resultados experimentales constituye una alternativa viable para su aplicación en la práctica ingenieril. En el presente estudio se llevó a cabo el análisis del espécimen M-0-E6 para caracterizar su rigidez lateral en el rango lineal. El análisis consistió en evaluar al muro como si se tratara de un material homogéneo (mampostería simple) y luego, se evaluó la contribución de los elementos de confinamiento mediante dos metodologías, una simplificada para comparar con los resultados del modelo FEM y una formulación analítica refinada para comparar la rigidez lateral con los resultados experimentales del espécimen ensayado a escala real por el CENAPRED en la década de 1990. Los resultados obtenidos muestran que en el rango lineal, las expresiones analíticas de la formulación simplificada, basadas en el método de la sección transformada permiten obtener valores comparables con los del modelo FEM, donde se emplearon elementos continuos bidimensionales tipo CPS8R, que permiten reproducir la respuesta a flexión y cortante del muro en su plano. Para este caso, el error porcentual obtenido fue del 1.1 % para el análisis del muro de mampostería simple, y del 7.6 % para el muro de mampostería confinado.

Las Figuras 22 a 25 presentan la distribución de los esfuerzos normales σ_{22} y esfuerzos cortantes τ_{12} , junto con sus correspondientes deformaciones unitarias. Con el fin de mantener la consistencia entre el modelo de elementos finitos y la formulación analítica, la cual asume un comportamiento monolítico entre la mampostería y los elementos de confinamiento, el muro se modeló en Abaqus/CAE como una única pieza bidimensional, posteriormente particionada para diferenciar las regiones de mampostería y concreto y asignar a cada una sus respectivas propiedades mecánicas. Al compartir nodos en la interfaz mampostería-concreto, se garantiza la compatibilidad de desplazamientos y, por consiguiente, un comportamiento monolítico entre ambos materiales. Con esta metodología de modelación se obtuvieron los resultados numéricos que se representaron gráficamente en las Figuras 22 a 25, los cuales muestran que la formulación analítica reproduce con buena precisión la distribución de esfuerzos y deformaciones unitarias obtenida mediante el método de elementos finitos.

La formulación refinada del método de la sección transformada para el cálculo de la rigidez lateral del espécimen M-0-E6 tuvo como objetivo comparar los resultados analíticos con los obtenidos experimentalmente para los ciclos de carga positivo (K^+) y negativo (K^-). La formulación reprodujo adecuadamente la rigidez lateral del espécimen, obteniendo diferencias porcentuales del 13 % para el ciclo de carga positivo (K^+) y del 1.3 % para el ciclo de carga negativo (K^-), lo que evidencia una buena concordancia con los resultados experimentales.

La formulación simplificada constituye una alternativa adecuada para estimar la rigidez lateral del muro confinado cuando se quiere obtener un valor aproximado. Para el espécimen M-0-E6, la diferencia entre la formulación simplificada y la formulación refinada fue del 7.1 %. Con respecto al valor de rigidez para el ciclo de carga positivo (K^+) fue del 19 % y del 8.3 % para el ciclo de carga negativo (K^-). Estos resultados indican que la contribución del acero de refuerzo embebido en los elementos de confinamiento tiene una influencia limitada en la estimación de la rigidez lateral. Por ello, su efecto puede considerarse secundario y omitirse para simplificar el cálculo de la rigidez lateral del muro confinado sin afectar de manera significativa la precisión del resultado.

En la práctica, la modelación de estructuras de mampostería confinada suele realizarse mediante modelos simplificados que representan el muro como un material homogéneo, sin incorporar explícitamente la contribución de los elementos de confinamiento de concreto. Esta estrategia, empleada para facilitar el análisis y reducir la complejidad computacional, puede conducir a una subestimación de la rigidez lateral

del sistema y, por consiguiente, representar una configuración estructural distinta, modificando las propiedades dinámicas de la edificación y la demanda sísmica estimada. Los resultados obtenidos evidencian la contribución significativa de los elementos de confinamiento al comportamiento lineal del muro, particularmente en muros esbeltos. Para el espécimen M-0-E6, con una relación de aspecto $H/L = 1$, se cuantificó un incremento de la rigidez lateral del 158 % mediante la formulación analítica simplificada y del 181 % mediante el modelo de elementos finitos. Este aumento se atribuye a la participación del marco de concreto reforzado que confina el paño de mampostería, el cual aporta rigidez adicional al sistema.

Si bien estas simplificaciones en la modelación se justifican por la elevada variabilidad de las propiedades mecánicas de la mampostería de unidades de arcilla, asociada principalmente a su proceso de fabricación (frecuentemente artesanal), es importante distinguirlas del diseño estructural. Las normas de diseño consideran explícitamente la participación de los elementos de confinamiento en la resistencia del sistema; por ello, cuando el objetivo es estimar con mayor precisión la rigidez lateral y la respuesta global del muro, resulta recomendable representar explícitamente la contribución de dichos elementos en el modelo estructural.

Los resultados presentados comprueban que los elementos de confinamiento no solo incrementan la rigidez global del sistema, sino que también genera una distribución favorable de los esfuerzos normales de tracción y reducen los esfuerzos cortantes en el elemento. Esto contribuye a disminuir la demanda sobre el paño de mampostería, que constituye la región más frágil y vulnerable ante cargas laterales externas como sismos y vientos.

La geometría del muro desempeña un papel determinante en su rigidez lateral. En los muros de mampostería simple (Figura 26), se observa un comportamiento predominante en los muros esbeltos ($H/L > 1.0$), dominando las deformaciones a flexión y con una disminución de la rigidez lateral en comparación con muros largos. Esta reducción de rigidez está asociada al momento de inercia de área, el cual depende principalmente de la longitud del muro cuando este se somete a cargas laterales en su plano. En contraste, los muros de mampostería confinada presentan una mayor participación de las deformaciones por cortante (independientemente de la relación de aspecto) como consecuencia del incremento de rigidez proporcionado por los elementos de confinamiento de concreto. Esta contribución mejora el comportamiento global del sistema frente a las acciones laterales y atenúa la influencia de las deformaciones por flexión.

TRABAJOS FUTUROS

Se espera expandir el estudio numérico, abordando muros de mampostería confinada no simétricos y con columnas de confinamiento ubicadas dentro de la longitud del muro, con el fin de cumplir con el criterio de los códigos de diseño de estructuras en mampostería confinada, que establecen que en muros largos, se debe tener columnas de confinamiento a un separación máxima que no exceda el menor entre: 35 veces el espesor efectivo del muro, 1.5 veces la distancia vertical entre elementos horizontales de confinamiento ó 4 metros (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 2010; Gobierno de la Ciudad de México, 2023).

REFERENCIAS

- Aguilar Ramos, G. (1997). *Efecto del refuerzo horizontal en el comportamiento de muros de mampostería confinada ante cargas laterales* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional Autónoma de México]. <https://repositorio.unam.mx/contenidos/3428443>
- Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica. (2010). *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente* NSR 10. AIS.

- Beer, F.P; Johnston, E.R; DeWolf, J.T y Mazurek, D.F. (2009). *Mecánica de materiales* (5.^a ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Crisafulli, F. J.; Genatios, C; y Lafuente, M. (2020). *Vivienda de interés social en américa latina. Una guía para sistemas constructivos sismorresistentes*.
- Gere, J. M. y Goodno, B. J. (2009). *Mecánica de materiales* (7.^a ed.). Cengage Learning.
- Gobierno de la Ciudad de México. (2023). *Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de mampostería*.
- Orozco Orozco, G. F. (2019). *Análisis de vulnerabilidad sísmica de edificios de mampostería confinada, mediante análisis no lineal de cargas laterales incrementales en Guatemala* [Tesis de maestría, Universidad de San Carlos de Guatemala].
- Özgün, Ö. y Kuzuoğlu, M. (2019). *MATLAB-based Finite Element Programming in Electromagnetic Modeling*. CRC Press.
- Pineda, J. A. y Alcocer, S. M. (2004). *Comportamiento ante cargas laterales de muros de mampostería confinada reforzados con malla de alambre soldado*. Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED).
- SMIE. (2009). *Guía para el análisis de estructuras de mampostería*. Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural. <https://www.researchgate.net/publication/262836016>
- Taveras Montero, M. A. (2008). *Revisión de las recomendaciones para modelar y analizar estructuras de mampostería confinada ante carga lateral* [Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México]. <https://repositorio.unam.mx/contenidos/61001>
- Tomaževič, M. (1997). Seismic resistance verification of masonry buildings: Following the new trends, in P. Fajfar y H. Krawinkler, *Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes* (1st ed.). Taylor y Francis. <https://doi.org/10.1201/9780203740019>
- Tomaževič, M. (1999). *Earthquake-resistant design of masonry buildings* (1st ed.). Imperial College Press.
- Zúñiga Cuevas, O. (2005). *Evaluación analítica de la respuesta sísmica de las edificaciones de mampostería* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma Metropolitana]. <http://hdl.handle.net/11191/5728>