

PRUEBAS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL EN UN EDIFICIO DURANTE SU PROCESO DE REFORZAMIENTO

Hugo Hernández Barrios⁽¹⁾, *Iván F. Huergo Ríos*⁽²⁾ y *Carlos Arce León*⁽³⁾

RESUMEN

En este trabajo se muestran los resultados de tres pruebas de vibración ambiental realizadas en un edificio ubicado en la zona de transición de la Ciudad de México durante tres diferentes etapas de su reforzamiento estructural. La primera y segunda prueba se realizaron el 05 de noviembre del 2016 y el 24 de junio de 2017, respectivamente. La tercera prueba se realizó el 28 de septiembre de 2017, pocos días después de que se presentaron los sismos del 07 y del 19 de septiembre. Se realizaron tres modelos numéricos con las propiedades estructurales que tenía el edificio durante su proceso constructivo en el momento de la realización de cada una de las pruebas, con ello se determinaron los periodos de vibrar y las formas modales durante las tres etapas mencionadas. Los periodos de vibrar obtenidos durante las pruebas experimentales muestran similitud con los obtenidos en forma analítica; el amortiguamiento promedio del edificio resultó ser del 6%. Se concluye que los eventos sísmicos de septiembre de 2017 pudieron ocasionar una ligera degradación de la rigidez durante la etapa de reforzamiento.

Palabras Clave: Vibración ambiental; sismos del 07 y 19 de septiembre de 2017; amortiguamiento estructural

AMBIENTAL VIBRATION TESTS OF A BUILDING DURING ITS STRUCTURAL STRENGTHENING

ABSTRACT

This paper shows the results related to three ambiental vibration tests carried out in a building located in the transition zone of Mexico City during three different stages of its structural strengthening. The first and second tests were carried out on November 5, 2016 and June 24, 2017, respectively. On the other hand, the third ambiental vibration test was carried out on September 28, 2017, that is, a few days after the earthquakes of September 7 and September 19, 2017. Three numerical models of the building were developed in order to compute the periods and mode shapes related to each one of the ambiental vibration tests carried out during the structural strengthening. Signal processing revealed that the periods of vibration are similar to those computed analytically through the numerical models,

Artículo recibido el 14 de julio de 2019 y aprobado para su publicación el 6 de mayo de 2021. Se aceptarán comentarios y/o discusiones hasta cinco meses después de su publicación.

⁽¹⁾ Profesor-investigador, Facultad de Ingeniería, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, C.P. 58030, México, Morelia, hugohernandezbarrios@yahoo.com.mx

⁽²⁾ Candidato a Doctor, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Coyoacán, C.P. 04510, México, Ciudad de México, ing.huergo@hotmail.com

⁽³⁾ Profesor, Unidad de Investigación Multidisciplinaria, FES Acatlán UNAM, C.P. 53150, México, Naucalpan, arcecar@prodigy.net.mx

[DOI: 10.18867/ris.105.506](https://doi.org/10.18867/ris.105.506)

on the other hand, the average structural damping ratio is approximately equal to 6 %. It is concluded that the seismic events of September, 2017 perhaps caused a slight degradation in the lateral stiffness of the building during its structural strengthening.

Keywords: Ambiental vibration test; Mexico City earthquakes of September, 2017; structural damping

INTRODUCCIÓN

En las referencias bibliográficas existen diversos estudios con los que se determinan las propiedades modales de las estructuras, algunos están enfocados en determinar la variación de sus propiedades dinámicas con el paso del tiempo (Murià y González, 1995; Seguel, 2019; Hernández, 2009), otros para realizar la calibración de modelos numéricos (Fuentes y Muriá, 2001) o de modelos a escala en ensayos experimentales controlados, como los que se hacen en mesas vibratorias (Arias, 2005; Vázquez, 2005 Chávez, 2010; Salinas-Basualdo *et al.*, 2013; Henao, Botero y Muriá, 2014; Babak *et al.*, 2011); o bien para la detección de daño estructural (Doebling, Farrar y Prime, 1998; Peeters y Roeck, 1998; Turek, 2007; Galiole, 2010).

En México la instrumentación en estructuras inicia en 1950 y actualmente el número de estructuras instrumentadas de manera permanente no es mayor a 30 en todo el país (Mendoza, 2011), lo anterior es debido principalmente al elevado costo que implica la adquisición, instalación, conservación, procesamiento y análisis de la información (Murià, González y Espinoza, 1991; Alcántara *et al.*, 2005). La realización de pruebas de vibración ambiental en estructuras tipo edificios han sido ampliamente aceptadas para determinar las propiedades dinámicas de estructuras existentes (Brownjohn, 2002; Carrillo, 2009; Murià, 2007; Arce *et al.*, 2019), en ocasiones con fines de elaboración de un dictamen estructural después de la ocurrencia de un sismo fuerte (Rodríguez, 1989, 1990; Murià, González y Espinoza, 1991; Murià y González, 1995; Alcántara *et al.*, 2005; Razo y García, 2020), o no necesariamente (Tena, 1998). Incluso, las pruebas de vibración ambiental se han utilizado para la evaluación de las propiedades dinámicas de estructuras sometidas ante cargas de oleaje (Méndez, 2014; Aillapan, 2012); en monumentos históricos (Meli *et al.*, 2001; Morales, 2017) y en la evaluación de las condiciones de servicio de puentes peatonales (Hernández, Rivera y Arce, 2014; Hernández, Huergo y Ceja, 2016; Hernández, Arce y Huergo, 2016) y vehiculares (Hernández *et al.*, 2005; Jara *et al.*, 2013) o en viaductos (Aguilar y Alcocer, 1997). Dichas pruebas también son esenciales para la determinación y mitigación de vibraciones verticales excesivas en losas de entrepisos (Hernández, Medina y Arce, 2015).

En el caso del seguimiento del cambio de propiedades dinámicas de una estructura real, durante su proceso constructivo, se han realizado pruebas de vibración ambiental en Chile (Nuñez y Boroschek, 2010), en Colombia (Esquivel y Schmidt, 2016), en Vancouver, British Columbia (Ventura y Schuster, 1996), entre otros (Schuster *et al.*, 1994; Skrinar y Strukelj, 1996; Tamura *et al.*, 2002). Los trabajos encontrados en las referencias respecto a pruebas de vibración ambiental en estructuras durante su proceso constructivo, son pocas comparadas con las que existen en estructuras ya construidas. En México, ese número es menor ya que sólo se conoce de las pruebas de vibración ambiental y forzadas durante la construcción de una losa para helipuerto (Hernández, Arce y Huergo, 2018); las que se realizaron durante el proceso constructivo de las pilas del proyecto del Distribuidor vial de San Antonio (Murià *et al.*, 2004) y del tren suburbano México-Toluca, así como las que se realizaron durante la etapa de construcción del segundo puente San Cristóbal (Bennetts, 2008) y durante la construcción del puente Chiapas (Gómez *et al.*, 2002).

En este trabajo se muestran los resultados de tres pruebas de vibración ambiental realizadas en un edificio ubicado en la zona de transición de la Ciudad de México durante tres diferentes etapas de su reforzamiento. Las pruebas se realizaron el 05 de noviembre del 2016, el 24 de junio de 2017 y la tercera se

realizó el 28 de septiembre de 2017, posteriormente a que se presentaron los sismos del 07 y del 19 de septiembre. El objetivo este trabajo es identificar el impacto en el periodo de vibrar y en el porcentaje de amortiguamiento, que se podría producir durante la secuencia del proceso constructivo de reforzamiento del edificio para coadyuvar en la toma de decisiones del constructor y del proyectista, principalmente debido a la importancia social-política del uso del edificio, de su edad y de que se le colocarían amortiguadores viscosos.

Es claro que la intención de la realización de las pruebas experimentales no es determinar las propiedades dinámicas que tendría el edificio durante la ocurrencia de un sismo fuerte, que tal vez genere que la estructura incurriera en el intervalo no lineal; ya que para ello se debería tener el edificio instrumentado permanentemente durante los dos años que duró el proceso de reforzamiento, además tener la “suerte” de que durante ese tiempo se presente un sismo fuerte.

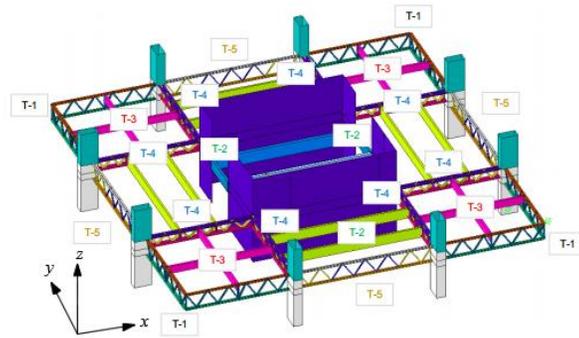
En este trabajo las pruebas experimentales se realizaron con la intención de verificar la influencia de las cargas muertas que se retiraron para realizar la remodelación y que, con características diferentes, se le restituyeron durante la etapa de reforzamiento y remodelación arquitectónica. Además de la posible influencia en la rigidez lateral de los sistemas de amortiguamiento viscosos que se le iban colocando en las etapas de reforzamiento, aunado a verificar el valor del amortiguamiento estructural del edificio con respecto al valor hipotético del 3% que sugieren los códigos de diseño para estructuras de acero. Por coincidencia, después de la segunda prueba experimental se presentaron los sismos del 07 y 19 de septiembre de 2017, los cuales hicieron que dos de los dispositivos de control que se habían colocado trabajaran, lo cual no estaba previsto que ocurriera durante el proceso de reforzamiento, sino hasta que el edificio estuviera completamente terminado. Se sabe que el valor del amortiguamiento estructural depende de un gran número de parámetros y que en ocasiones los valores obtenidos en pruebas de vibración ambiental no se pueden extrapolar a estructuras con comportamiento no lineal (Babak *et al.*, 2011), sin embargo, tal y como se ha mencionado en diversas referencias (Rodríguez, 1989, 1990; Murià, González y Espinoza, 1991; Murià y González, 1995; Alcántara *et al.*, 2005; Razo, 2020) se puede aceptar como válido el valor de amortiguamiento calculado durante las pruebas experimentales, ya que en este trabajo las pruebas de vibración ambiental se realizaron posteriormente a que se presentaron los sismos de septiembre de 2017 y no durante la ocurrencias de los sismos.

EDIFICIO EN ESTUDIO

El edificio estudiado en este trabajo se encuentra ubicado en la Ciudad de México, en la colonia Condesa de la Alcaldía Cuauhtémoc, fue construido en el año 1975 y durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 no presentó daños estructurales. En el proyecto original la estructura tenía una altura de 86.65 m, con 21 entresijos y dos mezzanines (Figura 1a). Su configuración en planta es de sección transversal cuadrada de 25 m de lado (Figura 1b). Su estructuración consta de columnas rectangulares de acero de sección armada, las losas de entresijo son de concreto reforzado de 10 cm de espesor apoyadas sobre travesaños armados tipo joint-stick (T-1, T-4 y T-5). El núcleo central está formado por los muros de concreto reforzado de 30 cm de espesor en la zona de elevadores.



a) Vista general, edificio estudiado



b) Planta estructural tipo

Figura 1. Vista general y estructuración del edificio estudiado en este trabajo

El propietario del edificio decidió remodelar arquitectónicamente el edificio, por lo que en el año 2016 se inició con el proyecto de reforzamiento, el cual se planeaba finalizar en el año 2018. El reforzamiento consistió en aumentar la rigidez de las traveses tipo joint-stick, T-1, T-4 y T-5 (Figura 1b) por medio de la colocación de placas en sus patines, además se decidió reforzar lateralmente la estructura por medio de la colocación de amortiguadores de fluido viscoso (Figura 2). Las columnas de acero se reforzaron colocándoseles una camisa perimetral con placas de diferentes espesores, según la ubicación del nivel de la columna. Durante la etapa de reforzamiento se identificó que existía vibración vertical excesiva en las losas de entrepiso que afectaba de manera importante el confort de los usuarios, por lo que también se colocó un reforzamiento. En el año 2017 se decidió construir dos entrepisos adicionales, con lo cual la altura total del edificio al finalizar la remodelación fue de 96 m. En la Figura 2 se muestra de manera esquemática el cambio de la fachada durante diferentes etapas del proceso de reforzamiento del edificio.

ISSN-e 2395-8251



13 septiembre 2016



5 noviembre de 2016



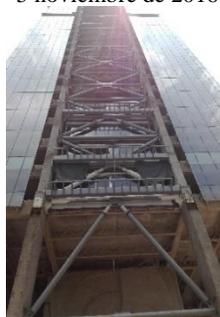
01 febrero de 2017



20 de abril de 2017



25 de mayo de 2017



27 de julio de 2017



14 de septiembre de 2017



28 de septiembre de 2017

Figura 2. Evolución del proceso de reforzamiento del edificio en estudio

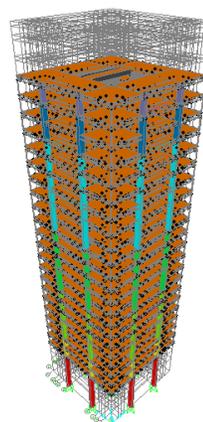
MODELOS NUMÉRICOS

Con el fin de verificar los resultados obtenidos durante las pruebas de vibración ambiental realizadas durante el proceso de reforzamiento del edificio, se realizaron tres modelos numéricos utilizando un software comercial (SAP2000 ver., 14). Uno de los objetivos de realizar lo anterior, es calcular los periodos de vibrar y las formas modales del edificio durante tres etapas constructivas en las que se realizaron las pruebas experimentales, y comparar los resultados con los valores obtenidos experimentalmente.

La primera prueba de vibración ambiental se realizó el 05 de noviembre del 2016, el estado constructivo del edificio se muestra en la Figura 3a. En esa época al edificio se le había retirado las fachadas originales, acabados arquitectónicos e instalaciones. Se llevaban tres meses de trabajo en obra y sólo se habían reforzado algunas traves principales y columnas metálicas de los primeros 10 entrespisos. El edificio tenía una altura total de 86.65 m, con 21 entrespisos de su diseño original. El modelo numérico 1 y la configuración del edificio durante la primera prueba de vibración ambiental, se muestran en la Figura 3b.



a). Fachada del edificio, noviembre de 2016.



b). Modelo numérico 1 (SAP2000 ver.14)

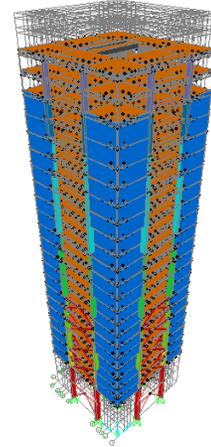
Figura 3. Estado constructivo y modelo numérico 1 del edificio, noviembre 2016

El segundo modelo numérico se realizó considerando las propiedades del edificio conforme su estado constructivo en la fecha que se realizó la segunda prueba de vibración ambiental (24 de junio de 2017). El estado de avance de la obra consistió en el reforzamiento de las traves metálicas de los 21 entrespisos y la construcción de uno de los dos entrespisos adicionales en su parte superior, dando un total de 23 entrespisos y de altura de 93.65 m. En esta fase ya se había colocado fachada de vidrio (muro cortina) en algunos entrespisos; y se habían colocado contravientos y amortiguadores de fluido viscoso en las 4 caras del edificio en los 2 mezzanines y en los entrespisos 1 a 7. Es importante mencionar que aún no se colocaban las instalaciones del edificio ni los elevadores. El modelo numérico 2 se muestra en la Figura 4b.

El modelo 3 del edificio se realizó según el avance constructivo del reforzamiento a la fecha de la tercera prueba de vibración ambiental, 28 de septiembre de 2017. El estado de avance de la obra consistió en la colocación de contravientos y amortiguadores de fluido viscoso en las 4 caras del edificio en los 2 mezzanines y en los entrespisos 1 al 18, únicamente faltaban de colocarse los amortiguadores del nivel 19 al 21. Ya se habían terminado los dos nuevos niveles y la altura del total del edificio era de 96 m. En esta fase se había colocado el muro cortina en la fachada de la mayoría de los niveles en las crujías laterales. Es importante mencionar que aún no se colocaban ninguna de las instalaciones ni los elevadores, menos aún los nuevos acabados arquitectónicos. El modelo numérico 3 y el estado del proceso de reforzamiento se muestran en la Figura 5.



a). Fachada del edificio, 24 de junio de 2017.

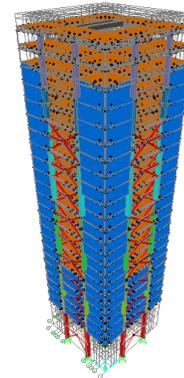


b). Modelo numérico 2 (SAP2000 ver., 14).

Figura 4. Estado constructivo y modelo numérico 2 del edificio, junio de 2017



a). Fachada del edificio, 28 de septiembre de 2017.



b). Modelo numérico 3 (SAP2000 ver., 14).

Figura 5. Estado constructivo y modelo numérico 3 del edificio, 28 de septiembre de 2017

Debido a que el 07 y el 19 de septiembre sucedieron dos los sismos considerados como históricos en México, y debido a que en el edificio ya se habían colocado la mayoría de los amortiguadores viscosos, dos de los amortiguadores ya colocados trabajaron comprimiéndose aproximadamente 15 cm (Figura 6). Cabe mencionar que aproximadamente 30 días después de la ocurrencia del sismo del 19 de septiembre los amortiguadores recuperaron su condición inicial. El que hayan trabajado dichos amortiguadores ayudo en disminuir la respuesta del edificio durante el sismo y por tanto influyo en la respuesta estructural del edificio en la dirección en la que estaban colocados dichos amortiguadores.



Figura 6. Amortiguadores después de la ocurrencia del sismo del 19 de septiembre de 2017

En la Tabla 1 se muestran los tres primeros periodos de vibrar obtenidos numéricamente utilizando un software comercial (SAP2000 ver., 14) para cada uno de los modelos numéricos antes descritos, en cada una de las direcciones de análisis según la Figura 1b. También se observan los periodos de vibrar obtenidos analíticamente y registrados en la memoria de cálculo del reforzamiento del edificio (Modelo 0) y los obtenidos con el Modelo 4, considerado como el que tendrá el edificio al finalizar los trabajos de remodelación.

Tabla 1. Periodos de vibrar obtenidos con un software comercial, modelos 0 a 4

Modelo numérico	Periodos de vibrar (s)							
	Dirección x			Dirección y			Torsión	
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2
Modelo 0	1.95	0.55	0.28	2.28	0.69	0.33	1.55	0.6
Modelo 1	1.92	0.55	0.29	2.26	0.69	0.34	1.73	0.45
Modelo 2	1.99	0.55	0.29	2.28	0.70	0.36	1.58	0.48
Modelo 3	2.08	0.53	0.28	2.33	0.70	0.36	1.51	0.48
Modelo 4	2.24	0.82	0.44	2.60	0.60	0.29	1.62	0.52

En la Tabla 1 se puede observar que conforme el proceso constructivo del reforzamiento avanzaba, el periodo fundamental de vibrar de la estructura en las direcciones x-y, tendía a aumentar y para el caso de torsión a disminuir. El porcentaje del cambio de periodos de vibrar en la dirección x y y, depende por supuesto de los avances en el reforzamiento de la obra. Los periodos de vibrar de los modos superiores prácticamente se mantienen sin modificación. En términos generales, el reforzamiento modificó el periodo de vibrar de $T_x=1.95$ s a $T_x=2.24$ s y de $T_y=2.28$ s a $T_y=2.60$ s, reportados para el edificio original y el edificio con el proceso ya realizado.

En la Tabla 2 se muestra el porcentaje de participación modal de cada modo de vibrar obtenido analíticamente para cada modelo numérico del edificio. Se puede ver que para los tres modelos numéricos el modo fundamental tiene una mayor participación, entre un 68% en promedio, lo anterior es característico en edificios que tienen un comportamiento esencialmente en flexión, tal y como se comporta una viga en voladizo tipo Euler-Bernoulli.

Tabla 2. Comparación de masa modales efectivas de los modelos numéricos

Número de modelo	Dirección x			Dirección y		
	$m_{eff,1}$ (%)	$m_{eff,2}$ (%)	$m_{eff,3}$ (%)	$m_{eff,1}$ (%)	$m_{eff,2}$ (%)	$m_{eff,3}$ (%)
Modelo 1	65.95	16.07	4.89	69.86	15.57	3.68
Modelo 2	63.30	18.02	4.75	67.10	17.21	3.40
Modelo 3	64.26	17.37	4.92	68.35	16.19	3.97

PRUEBAS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

Se realizaron tres pruebas de vibración ambiental durante el proceso de reforzamiento del edificio. La primera prueba de vibración ambiental se realizó el 05 de noviembre del 2016 y la segunda prueba el 24 de junio de 2017. La tercera prueba de vibración ambiental se realizó posteriormente a que se presentaron los sismos del 07 y 19 de septiembre, ésta se realizó el 28 de septiembre de 2017, nueve días después al evento sísmico del día 19.

Las pruebas de vibración ambiental fueron realizadas con 4 acelerómetros triaxiales marca Kinematics, 3 digitalizadores Makalu marca Kinematics para 18 canales y 6 cables blindados de 30 m de longitud, propiedad de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM. El equipo utilizado en las pruebas de vibración ambiental se muestra en la Figura 7, junto con el esquema de colocación de los sensores. La duración promedio de las señales registradas fue de 300 s con una frecuencia de muestreo de 100 Hz. La interpretación de las señales se realizó por medio de un programa realizado para tal fin, en ambiente MATLAB R2017a (Mathworks Inc., 2017). Se corrigió la línea base de las señales y se eliminó el ruido con un filtro pasabanda entre 0.1 Hz y 10 Hz, ya que se conocían de los modelos numéricos el intervalo de frecuencias de interés.



Figura 7. Diseño de pruebas de vibración ambiental e instrumentación durante la prueba

Los sensores ubicados en el centro de las losas de entrespiso permitieron identificar las frecuencias del sistema en traslación. Por otra parte, las frecuencias de vibrar en torsión se identificaron al colocar los sensores en los extremos de las losas. El procesamiento de la información consistió en un análisis de las señales obtenidas experimentalmente a través de la transformada rápida de Fourier, para obtener las densidades espectrales promedio de amplitud de potencia (Murià *et al.*, 2004; Murià y González, 1995). El amortiguamiento modal fue evaluado en todas las señales mediante la técnica del ancho de banda (Kawasumi y Shima, 1965). Posteriormente se obtuvieron valores promedio de amortiguamientos modales para cada una de las pruebas de vibración ambiental. Es importante mencionar que los valores obtenidos corresponden al amortiguamiento estructural sin la aportación del efecto de los amortiguadores de fluido viscoso, ya que para la medición de este amortiguamiento se requiere de otro tipo de técnicas, así como de pruebas de vibración forzada.

Durante las tres pruebas de vibración ambiental se colocaron los sensores en la misma posición, y en cada prueba se hicieron los tres arreglos mostrados en la Figura 8, la posición y distancia entre sensores dependió de la longitud de los cables empleados. En el arreglo N1 se colocaron los sensores en los entrespisos 20 y 15. En el arreglo N2 se colocaron los sensores en los entrespisos 20, 16, 8 y 6. Y en el tercer arreglo N3, se colocaron los sensores en los entrespisos 8, 5 y en el terreno sobre la calle. En cada arreglo se hicieron dos mediciones.

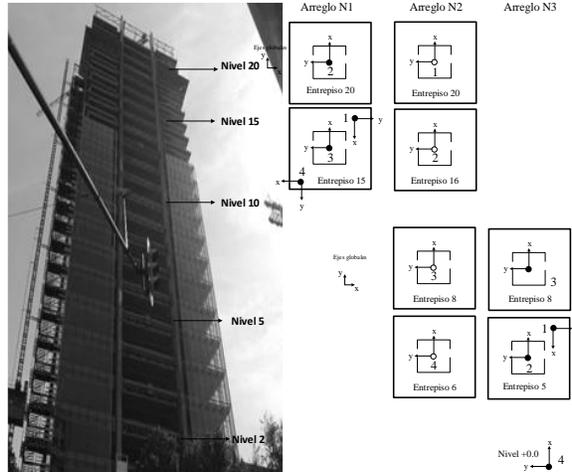


Figura 8. Arreglos de la colocación de los sensores durante las pruebas de vibración ambiental

En la Figura 9 se muestran la colocación de los sensores de medición y algunos detalles estructurales del edificio durante la realización de las tres pruebas de vibración ambiental.



a) Sensor para prueba de traslación



b) Sensor para prueba de torsión



c) Registro de señales

Primera prueba de vibración ambiental, 05 de noviembre de 2016



d) Sensor para prueba de traslación



e) Sensor para prueba de torsión



f) Amortiguador de fluido viscoso

Segunda prueba de vibración ambiental, 24 de junio de 2017



g) Sensor para prueba de traslación



h) Sensor para prueba de torsión



i) Amortiguador de fluido viscoso

Tercera prueba de vibración ambiental, 28 de septiembre de 2017

Figura 9. Vista de la colocación de los aparatos y detalles estructurales durante las pruebas

En la Figura 10 se muestran los espectros promedio de amplitud de potencia para cada uno de los arreglos N1 a N3 obtenidos de cada una de las pruebas para las dos direcciones de análisis x - y del edificio.

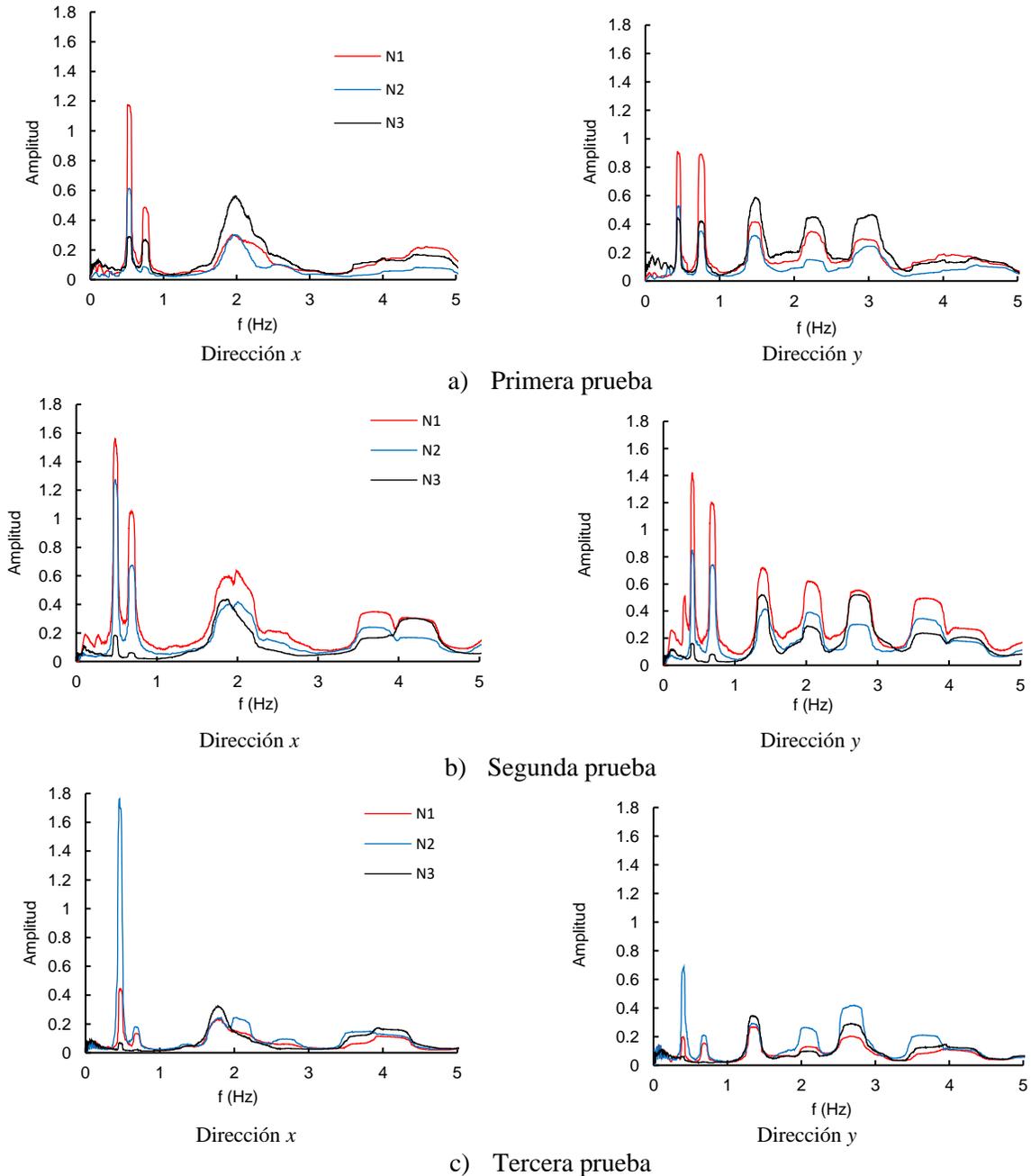


Figura 10. Espectros promedio de amplitudes de potencia

En la Tabla 3 se comparan los valores de los periodos de vibrar obtenidos con los modelos numéricos (Tabla 1) y los obtenidos durante las pruebas de vibración ambiental. Como se mencionó los modelos analíticos corresponden al estado de reforzamiento del edificio en la fecha en la que se realizó cada prueba.

En la Tabla 3 se puede observar que los periodos fundamentales en las direcciones horizontales x - y obtenidos durante las tres pruebas de vibración son ligeramente mayores que los obtenidos con los modelos numéricos, el porcentaje de dicha diferencia con respecto al periodo analítico, es mayor en la dirección y , del orden del 8.8% para los valores del Modelo 2 y los obtenidos en la segunda prueba. En la dirección x , como para los modos superiores, la diferencia entre los periodos es pequeña, tal que pueden ser considerados como aceptables. En el caso de los valores reportados en torsión, los periodos obtenidos en las pruebas experimentales son menores a los analíticos, dicha diferencia es del orden del 22% para el caso de la primera prueba experimental. Como los sismos del 07 y del 19 de septiembre ocurrieron pocos días antes de la tercera prueba y en dos de esos días se suspendieron los trabajos en la obra, prácticamente se puede considerar que el edificio se encontraba con las propiedades del Modelo 3, cuando ocurrieron los sismos.

Tabla 3. Comparación de los periodos de vibrar obtenidos experimentalmente con los analíticos

Modelo N/ prueba	Periodos de vibrar (s)							
	Dirección x			Dirección y			Torsión	
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2
Modelo 1	1.92	0.55	0.29	2.26	0.69	0.34	1.73	0.45
Prueba 1	1.92	0.51	0.22	2.31	0.68	0.33	1.35	0.45
Diferencia %	0.0			1.7			-21.9	
Modelo 2	1.99	0.55	0.29	2.28	0.70	0.36	1.58	0.48
Prueba 2	2.06	0.55	0.24	2.46	0.72	0.37	1.47	0.49
Diferencia %	3.5			8.8			-6.9	
Modelo 3	2.08	0.53	0.28	2.33	0.70	0.36	1.51	0.48
Prueba 3	2.17	0.56	0.26	2.51	0.74	0.38	1.47	0.49
Diferencia %	4.3			7.7			-2.6	

Comparando los periodos fundamentales de vibrar obtenidos durante las pruebas experimentales (Tabla 4) y considerando como base de comparación el valor del periodo obtenido en la primera prueba, se puede ver que durante las etapas de reforzamiento en las que hicieron las pruebas uno y dos, el periodo de vibrar se incrementó casi en la misma relación (6%) en ambas direcciones.

Tabla 4. Periodos de vibrar fundamentales del edificio durante las pruebas de vibración ambiental

Prueba (fecha)	Periodo fundamental de vibrar (s)			
	Dirección x	Relación	Dirección y	Relación
Prueba 1 (05-11-2016)	1.92	1.0	2.31	1.0
Prueba 2 (24-06-2017)	2.06	1.0729	2.46	1.0649
Prueba 3 (28-09-2017)	2.17	1.1302	2.51	1.0866

Entre la primera prueba y la segunda prueba ya se llevaban 7 meses de trabajos de reforzamiento, pero aún no se colocaban la totalidad del refuerzo, el incremento del periodo fundamental en ambas direcciones es del orden del 7 %, esto se debe a que el avance de la obra era casi el mismo en ambas direcciones. Entre las pruebas 2 y 3, habían pasado 3 meses más de los trabajos del reforzamiento, ya se habían colocado los amortiguadores del nivel uno al nivel 18 y colocado el muro cortina hasta el nivel 10.

Se esperaría que el incremento del periodo fundamental entre la segunda prueba y la tercera fuera también proporcional en ambas direcciones, sin embargo, en la dirección x se incrementó un 5 % (2.17 / 2.06) y en la dirección y un 2 % (2.51 / 2.46). Se esperaría que la diferencia de rigidez en ambas direcciones de la prueba 3 fuera similar al 0.8 % (2.06/1.92 – 2.46/2.31) obtenido durante la prueba 2, sin embargo, se observa que ésta es de aproximadamente 3 % (2.17/2.06 – 2.51/2.46); lo anterior posiblemente esté relacionada a una ligera degradación de rigidez en la dirección x ocasionada por el sismo.

Si se consideran los periodos fundamentales que se reportan en la memoria de cálculo del reforzamiento en su etapa final (modelo 4 de la Tabla 1) de $T_x=2.24$ s y $T_y =2.60$ s; se puede ver que los periodos de vibrar obtenidos en la tercera prueba ($T_x=2.17$ s y $T_y =2.51$ s) son menores a los que debería tener el edificio en su etapa final de reforzamiento, prediciéndose una tendencia a que en la etapa final de reforzamiento el periodo sea similar al estimado en la memoria de cálculo.

En la Tabla 5 se resumen los valores promedio del amortiguamiento calculados en cada una de las pruebas. En forma general se puede decir que el edificio durante su etapa de reforzamiento tenía un amortiguamiento del 6% en ambas direcciones, en su etapa final del reforzamiento tiende a ser ligeramente mayor en la dirección x . Se puede ver que el amortiguamiento tiende a disminuir entre la primera y la segunda prueba, esto puede ser debido a la influencia de algunos de los elementos no estructurales que iniciaron su colocación en esos meses de reforzamiento. Dicha disminución con respecto a la primera prueba es del 5% en la dirección x y del 7% en la dirección y . Entre la segunda y la tercera prueba (posterior a los sismos) la tendencia del amortiguamiento es aumentar, esto tal vez se deba a que antes de la ocurrencia de los sismos del 07 y 19 de septiembre ya se habían colocado algunos amortiguadores viscosos, pero no se observó evidencia de que trabajaran, excepto en los dos ya mencionados ubicados en la dirección x . En la dirección x se puede ver que el aumento del amortiguamiento entre la prueba dos y tres, es del 7% y en la dirección y del 2%.

Tabla 5. Valor del amortiguamiento del edificio durante las pruebas de vibración ambiental

Prueba (fecha)	Dirección x			Dirección y		
	ξ_1	Relación		ξ_1	Relación	
Prueba 1 (05-11-2016)	6.01	1.0		6.09	1.0	
Prueba 2 (24-06-2017)	5.71	0.95	1.0	5.64	0.93	1.0
Prueba 3 (28-09-2017)	6.15	1.02	1.07	5.79	0.95	1.02

RESPUESTA SIMPLIFICADA DEL EDIFICIO

La estación sísmica más cercana al edificio en estudio es la estación Escandón. En la Figura 11 se muestra ubicación del edificio en estudio y la estación sísmica Escandón. El tipo de suelo localizado tanto en la estación sísmica Escandón como en el sitio de interés, es estratificado con arcillas, limos y arenas; esto quiere decir que se trata de la zona geotécnica conocida como de transición.



Figura 11. Ubicación del edificio en estudio y de la estación sísmica Escandón

El día 07 de septiembre de 2017 el Servicio Sismológico Nacional (SSN, 2017a) reportó un sismo con magnitud M_c 8.2 localizado en el Golfo de Tehuantepec, a 133 km al suroeste de Pijijiapan, Chiapas. Y el día 19 de septiembre de 2017 (SSN, 2017b) reportó un sismo con magnitud M_c 7.1 localizado en el límite estatal entre Puebla y Morelos. Ambos sismos se reportan como una falla de tipo normal, la cual es característica de un sismo intraplaca (SSN, 2017a y 2017b).

Debido a que entre el lapso en el que se realizó la segunda prueba de vibración ambiental, 24 de junio de 2017, y la fecha en la que se realizó la tercera prueba de vibración ambiental, 28 de septiembre de 2017, se presentaron los sismos del 07 y el del 19 de septiembre de 2017, en este trabajo se revisó la posible respuesta que presentó el edificio con la secuencia sísmica de los registros obtenidos en la estación Escandón en septiembre. Se consideró que el comportamiento del edificio se mantuvo en el intervalo elástico lineal, lo cual puede ser cuestionable ya que no se realizó el modelo inelástico del edificio debido a la rapidez con la cual se deberían dar recomendaciones al constructor, sin embargo, este trabajo se desarrollará en trabajos futuros. Cabe mencionar que, en algunas referencias bibliográficas, en donde se reporta la respuesta de estructuras instrumentadas después de la ocurrencia de un sismo fuerte (Murià, González y Espinoza, 1991; Murià, 2018) se acepta la hipótesis hecha en este trabajo.

En la Figura 12 se muestran los registros de las secuencias sísmicas en las direcciones ortogonales de los registros sísmicos registrados en la estación Escandón durante los sismos de septiembre de 2017.

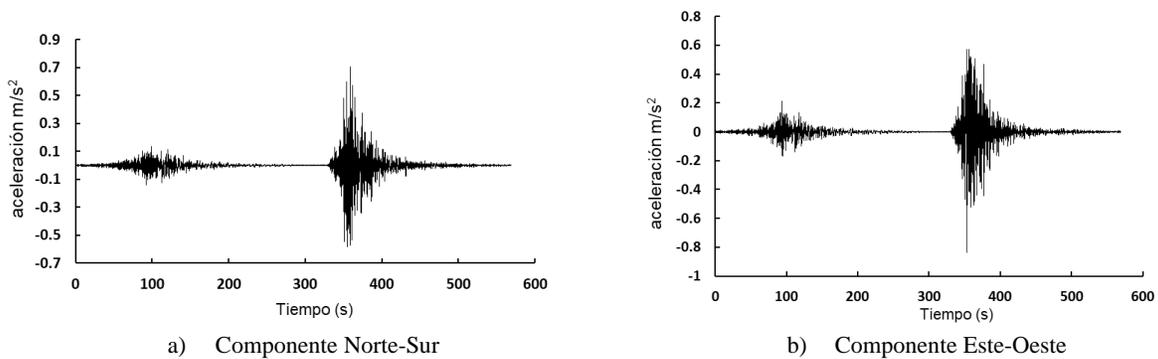


Figura 12. Secuencia de registros sísmicos 07-19 de septiembre de 2017, estación Escandón

En la Figura 13 se muestra el espectro de energía de las secuencias sísmicas de la Figura 12, como se puede ver el contenido máximo de energía se concentra en una zona próxima a un segundo de periodo.

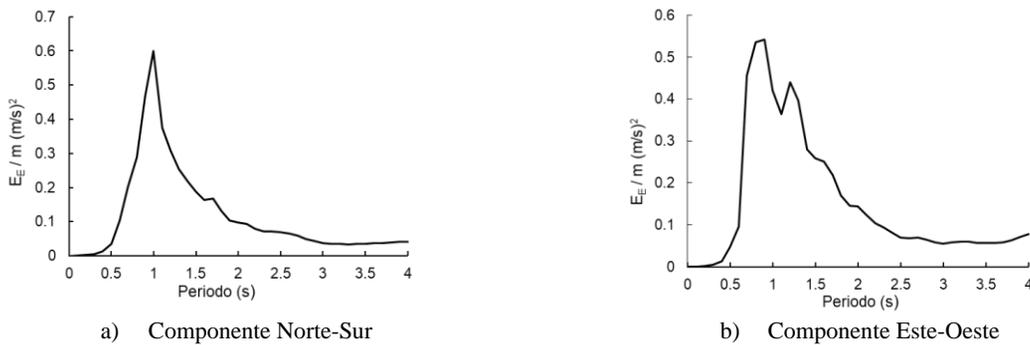


Figura 13. Espectros de energía de entrada de las secuencias sísmicas en la estación Escandón

Se considera que el edificio tendría un periodo de vibrar aproximado al obtenido durante la tercera prueba experimental, de $T_x=2.17s$ y de $T_y=2.51s$, ajustado el modelo numérico 3 a esos valores y realizando un análisis paso a paso con las secuencias sísmicas considerando un valor del amortiguamiento del 6%. Los desplazamientos máximos obtenidos se muestran en la Figura 14a. En la dirección x el desplazamiento máximo que pudo haber presentado el edificio fue de $0.098 m$ y en la dirección y de $0.11 m$. En la Figura

14b se muestran las distorsiones máximas de entrepiso en ambas direcciones de análisis, la máxima distorsión en x es 0.00135 y en la dirección y es de 0.00164.

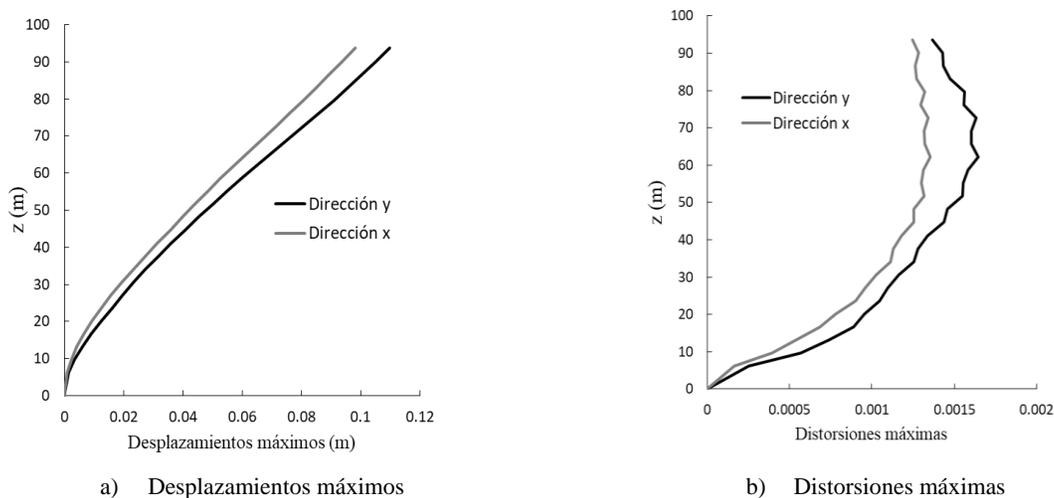


Figura 14. Desplazamientos y distorsiones máximas de entrepiso

CONCLUSIONES

Se realizaron tres pruebas de vibración ambiental en diferentes etapas del reforzamiento de un edificio ubicado en la zona de transición de la Ciudad de México. La primera prueba se realizó el 05 de noviembre de 2016, la segunda el 24 de junio y la tercera el 28 de septiembre de 2017. Entre la segunda prueba y la tercera se presentaron los sismos del 07 y 19 de septiembre. Los periodos de vibrar calculados durante las pruebas se compararon con los obtenidos en tres modelos numéricos en los que se consideraron las cargas y modificaciones estructurales realizadas durante el reforzamiento del edificio. Lo anterior permitió darle seguimiento a las propiedades dinámicas del edificio durante dicho proceso, con el fin de apoyar en la toma de decisiones del proyecto.

En general en las direcciones ortogonales x - y , se observó una diferencia máxima del 8% entre los periodos fundamentales calculados analíticamente y los experimentales; en torsión dicha diferencia fue mayor, del orden del 21%. Antes de la ocurrencia de los sismos de septiembre se observa que la tendencia en el aumento de los periodos del edificio era uniforme del orden del 7 % en ambas direcciones ortogonales, ya que el proceso constructivo avanzaba casi igual en ambas direcciones. Debido a que se presentaron los sismos de septiembre el incremento de los periodos en ambas direcciones, ya no fue uniforme, aun cuando el proceso constructivo se mantenía proporcional en ambas direcciones. En la dirección x , entre el 24 de junio y el 28 de septiembre el periodo se incrementó un 5 %, y en la dirección y un 2 %. Dicha diferencia (3 %), tal vez se debió a una ligera degradación de rigidez lateral en la dirección x debida a los sismos de septiembre de 2017. Debido a que cuando se presentaron los sismos del 07 y 19 de septiembre, existían algunos amortiguadores viscosos colocados en el edificio, dos de ellos se comprimieron aproximadamente 15 *cm*, lo cual evidencia que funcionaron correctamente influyendo en la respuesta estructural.

Con las hipótesis realizadas en este trabajo se encontró que los periodos fundamentales del edificio obtenidos durante la última prueba experimental ($T_x=2.17$ s y $T_y=2.51$ s) son ligeramente menores a los supuestos en la memoria de cálculo del reforzamiento del edificio ya terminado ($T_x=2.24$ s y $T_y=2.60$) y que mantienen la tendencia de llegar a ser similares a ellos, una vez concluido el proceso constructivo. El valor del amortiguamiento estructural del edificio durante su reforzamiento resultó ser aproximadamente del 6%,

dicho valor se calculó antes de que se presentaran los sismos de septiembre y se corroboró sin cambio después de la ocurrencia del mismo. Es lógico, que las pruebas experimentales mediante mediciones en vibración ambiental no pueden extrapolarse para determinar la respuesta no lineal de una estructura, pero no es el objetivo de este trabajo.

Debido a la preocupación de la empresa constructora sobre el comportamiento del edificio después de la ocurrencia del sismo del 19 de septiembre se solicitó un análisis aproximado de la respuesta que pudo tener el edificio, para lo cual se realizó un análisis elástico paso a paso del modelo del edificio considerando la secuencia sísmica de ambos eventos en la estación más cercana al edificio, de los cuales se calcularon los espectros de energía de entrada, observándose una mayor concentración de energía en periodos próximos a un segundo. Los desplazamientos laterales y distorsiones máximos obtenidos fueron de menor magnitud a los esperados en la memoria de cálculo del reforzamiento.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen por las facilidades otorgadas en la realización de este trabajo a la Facultad de Ingeniería Civil y la Coordinación de Investigación Científica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; al CONACyT quién ha proporcionado la beca para la realización de los estudios doctorales del segundo autor y al Departamento de Riesgos Naturales de la Unidad de Investigación Multidisciplinaria de la FESA-UNAM. Un especial agradecimiento a los responsables de la obra que permitieron realizar las pruebas de vibración en el edificio.

REFERENCIAS

- Aguilar, G y S Alcocer (1997), “La instrumentación de la subestructura y la superestructura del puente vehicular Impulsora”, Memorias del IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Veracruz, Ver.
- Aillapan, R (2012), “Vibración debido a oleaje en edificio ubicados en zonas costeras”, Tesis en ingeniería civil, Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- Alcántara, L, A Almora, M Macías, G Castro, J M Velasco, M Torres, R Vázquez, M Ayala, C Pérez, H Sandoval, E Vázquez y A Ruíz (2005), “La red de registros de sismos fuertes en el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Pasado presente y futuro”, artículo I-02, *XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, México, DF.
- Arce, L, H Hernández, L Hernández y D Dueñas (2019), “Propiedades dinámicas experimentales en edificaciones esbeltas”, *XXII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Monterrey, Nuevo León, México.
- Arias, A (2005), “Ensayos en mesa vibradora de un modelo a escala 1:2 de edificio de mampostería confinada de tres niveles”, Tesis de maestría en ingeniería área Estructuras, Posgrado UNAM.
- Babak, M, X He, J Conte, J Restrepo y M Panagiotou (2011), “System Identification Study of a 7-Story Full-Scale Building Slice Tested on the UCSD-NEES Shake Table”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, pp. 705-717. [DOI: 10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000300](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000300)
- Bennetts, T (2008), “Seguimiento de las principales propiedades estructurales de la superestructura del Puente San Cristóbal”, Tesis de Maestría en ingeniería Civil, UNAM, Instituto de Ingeniería.
- Brownjohn, J (2002), “Ambient vibration studies for system identification of tall buildings”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; 2003; 32:71-95. [DOI: 10.1002/eqe.215](https://doi.org/10.1002/eqe.215)

- Carrillo, L (2009), “Estimación de los periodos naturales de vibración de viviendas de baja altura con muros de concreto”, *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, Vol. 19-1, pp. 39-54, Bogotá, ISSN 0124-8170.
- Chávez, C (2010), “Validación experimental de modelos analíticos para el estudio del comportamiento sísmico de estructuras históricas”, Tesis de Doctorado, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
- Computers and Structures Inc. (2009), SAP2000 ver., 14.0, Integrated Software for Analysis and Design, Berkeley.
- Doebling, W, C Farrar y M Prime (1998), “A summary review of vibration-based damage identification methods”, *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 30, pp. 91-105. DOI: [10.1177/0583102498030000201](https://doi.org/10.1177/0583102498030000201)
- Esquivel, C, V Schmidt (2016), “Mediciones de vibraciones ambientales en tres edificios de concreto reforzado de 28, 11 y 6 pisos”, *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 95, pp.81-103. DOI: [10.1867/ris.95.391](https://doi.org/10.1867/ris.95.391)
- Fuentes, L y D Murià (2001) “Modelos Calibrados de un Edificio Instrumentado”, *Revista digital Universitaria*, vol 2, N3. <http://www.revista.unam.mx/vol.2/num3/proyec1/index.html>
- Galiote, M (2010). “Detección de daño en estructuras a partir de su instrumentación sísmica”, Ciencia, Tecnología e Innovación para el Desarrollo de México, publicación de Tesis de Master: A7-0006-DF-2007-MT, recuperado de: pcti.mx
- Gómez, M, D Murià, R Sánchez, J Escobar (2002), “El Puente Chiapas”, Proyecto 4.13, Instituto de Ingeniería de la UNAM, Mecánica aplicada-Estructuras y Materiales. <http://www.ii.unam.mx/es-mx/Investigacion/Proyecto/Paginas/PuenteChiapas.aspx>
- Henao, A, C Botero y D Murià (2014), “Identificación de propiedades dinámicas de un modelo estructural sometido a vibración ambiental y vibración forzada empleando mesa vibradora”, *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 91, pp.54-73. DOI: [10.18867/ris.91.181](https://doi.org/10.18867/ris.91.181)
- Hernández, B, J Jara, M Jara, J Álvarez y R Rojas (2005), “Pruebas de vibración ambiental en el puente Infiernillo II”, *XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, México DF, artículo XI-02 (CD).
- Hernández, B, D Rivera y C Arce (2014), “Ambient vibration test of bridges with loss of section and /or cracked section”, *XXXVI Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Uruguay, Montevideo.
- Hernández, B, J Medina y C Arce (2015), “Vibración vertical de tableros de losa de entrepiso comúnmente empleadas en México”; *XX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Acapulco, Guerrero, México.
- Hernández, B, I Huergo y C Ceja (2016), “Consideraciones de diseño para condiciones de servicio de puentes peatonales”, *XX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Mérida, Yucatán, México.
- Hernández, B, C Arce y I Huergo (2016), “Eviromental vibration test son pedestrian bridges in Mexico City”, *XXXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Asunción, Paraguay.
- Hernández, B, C Arce y I Huergo (2018), “Static and dynamic test of a heliport slab”, *XXXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Lima, Perú. ID: XXXVIIIJSIE-08-017.
- Hernandez, F (2009), “Analysis of Methods for Identification Dynamic Properties Variation”, MSc. Earthquake Engineering Thesis, University of Chile, Chile.
- Jara, J, M Jara, H Hernández y B Olmos (2013), “Use of sliding multirotational devices of an irregular bridge in a zone of high seismicity”, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 17 (1), pp. 122-132. DOI: [10.1007/s12205-013-1063-9](https://doi.org/10.1007/s12205-013-1063-9)

- Kawasumi, H y E Shima (1965), "Some applications of a correlator to engineering problems", *Proceedings on the third world conference on earthquake engineering*, pp. II298-II320.
- Mathworks Inc. (2017), MATLAB R2017a, Matrix Laboratory, Software mathematics.
- Meli, R, D Rivera, R Sánchez y E Miranda (2001), "Instrumentación sísmica de la Catedral Metropolitana. Resultados 1997-2000", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No.65, pp.17-48. DOI: [10.18867/ris.65188](https://doi.org/10.18867/ris.65188)
- Méndez, R (2014), "Identificación de las propiedades dinámicas de una plataforma marina de perforación, basada en el monitoreo de vibraciones", Tesis de maestría en ingeniería en el área de Estructuras, Posgrado UNAM.
- Mendoza, M (2011), "Instrumentación para el monitoreo de obras civiles", Tesis de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Morales, V (2017), "Identificación de parámetros en edificios mediante tiempos de propagación de ondas para detección de daño", Tesis de Doctor en Ingeniería Eléctrica-Control, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
- Murià, D, R González y J M Espinoza (1991), "Análisis de la respuesta en un edificio instrumentado", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 42, pp. 16-43. DOI: [10.18867/ris.42.325](https://doi.org/10.18867/ris.42.325)
- Murià, D y R González (1995), "Propiedades dinámicas de edificios de la ciudad de México", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 51, pp. 25-45. DOI: [10.18867/ris.51.261](https://doi.org/10.18867/ris.51.261)
- Murià, D, A Sánchez, R Gómez, G Rodríguez, M Mendoza, A Escobar, J Blanco, C Huerta y R Mendoza (2004), "Pruebas experimentales en el distribuidor vial de San Antonio", *XIV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, SMIE, Acapulco, Gro., México.
- Murià, D (2007), "Experiencia mexicana sobre la respuesta sísmica de edificios instrumentados", Trabajo presentado en la Academia Mexicana de Ingeniería.
- Murià, D (2018), "Respuesta de estructuras instrumentadas en la ciudad de México durante el sismo del 19 de septiembre", *XV Simposio Nacional de Ingeniería Sísmica, Lecciones aprendidas y retos*, Ciudad de México, SMIS.
- Nuñez, T y R Boroschek (2010), "Modal properties of a high rise building under construction", *Conference Proceeding of the Society for Experimental Mechanics Series 13, Dynamic of Civil Structures*, Volume 4. DOI: [10.1007/978-1-4419-9831-6_10](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9831-6_10)
- Peeters, B y G De Roeck (1998), "System Identification and Damage Detection in Civil Engineering", PhD. Thesis. Katholieke Universiteit Leuven, Faculteit Toegepaste Wetenschappen, Belgium.
- Razo, C y G García (2020), "Evaluación integral de la seguridad estructural de edificaciones existentes dañadas por sismos de gran magnitud", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 104, pp. 51-71. DOI: [10.18867/ris.104.565](https://doi.org/10.18867/ris.104.565)
- Rodríguez, C (1989), "Evaluación estructural de edificios en la ciudad de México", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 35, pp. 5-31. DOI: [10.18867/ris.35.313](https://doi.org/10.18867/ris.35.313)
- Rodríguez, C (1990), "Determinación experimental de parámetros estructurales y de la cimentación de edificios mediante vibración ambiental", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 38, pp. 15-36. DOI: [10.18867/ris.38.300](https://doi.org/10.18867/ris.38.300)
- Salinas-Basualdo, R, M Rodríguez y R Sánchez (2013), "Ensayes en mesa vibradora de edificios miniatura con muros estructurales de concreto convencionales y autocentrados", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 89, pp. 100-133. DOI: [10.18867/ris.89.166](https://doi.org/10.18867/ris.89.166)

- Schuster, N, C Ventura, A Felber y J Pao (1994), “Dynamic Characteristics of a 32 Story High-Rise Building during Construction”, Proceedings Fifth U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Vol. n, pp. 701-710.
- Seguel, A (2019), “Bases metodológicas para implementación de instrumentación y monitoreo de salud estructural en tiempo real de puentes en Chile”, Tesis de Ingeniero Civil, Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- Skrinar, M y A Strukelj (1996), “Eigenfrequency Monitoring during Bridge Erection”, Structural Engineering International, Vol. 6, No. 33, pp. 191-194. [DOI: 10.2749/101686696780495446](https://doi.org/10.2749/101686696780495446)
- SSN (2017a), “Reporte especial: sismo de Tehuantepec (2017-09-17 23:49 M 8.2)”, *Servicio Sismológico Nacional*.
- SSN (2017b), “Reporte especial: sismo del día 19 de septiembre de 2017, Puebla Morelos (M 7.1)”, *Servicio Sismológico Nacional*.
- Tamura, Y, L Zhang, A Yoshida, S Nakata y T Itoh (2002), “Ambient Vibrations Tests and Modal Identification of Structures by FDD and 2DOF-RD Technique”, Structural Engineers World Congress, Yokohama, Japan.
- Tena, C (1998), “Evaluación sísmica simplificada de estructuras existentes”, *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 59, pp. 1-36. [DOI: 10.18867/ris.59.251](https://doi.org/10.18867/ris.59.251)
- Turek, M (2007), “A Method for Implementation of Damage Detection Algorithms for Civil Structural Health Monitoring Systems”, PhD Thesis. The Faculty of Graduate Studies (Civil Engineering). University of British Columbia.
- Vázquez, A (2005), “Ensayo experimental de viviendas de mampostería confinada de un piso mediante el ensayo en mesa vibradora”, Tesis de maestría en ingeniería área Estructuras, Posgrado UNAM.
- Ventura, C, N Schuster (1996), “Structural dynamic properties of a reinforced concrete high-rise building during construction”, *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 23, N° 4, pp. 950-972. [DOI: 10.1139/196-901](https://doi.org/10.1139/196-901)