

CRITERIO APROXIMADO DE DISEÑO ANTE SISMOS DE VARIOS COMPONENTES

E. Rosenblueth*

SUMMARY

Structures are usually designed to withstand effects of three translational components of earthquakes, one at a time. Yet the number of components affecting a structure equals the number of degrees of freedom of the base (three for a rigid base; many more for a bridge) and they act simultaneously. The phenomenon is analyzed here working in the states space for the structure or subsystem being designed. The combined effects of the components defines an ellipsoid states space, and this figure is replaced with a linear combination of gravity-and individual-component effects. The structure resists if all points thus defined fall within the survival envelope in states space. Assuming that the envelope is convex, coefficients for individual effects are computed so as to minimize the error introduced through simplifications.

RESUMEN

Suelen diseñarse las estructuras para que resistan tres componentes sísmicos de traslación, uno a la vez. Sin embargo el número de componentes que afectan a una estructura es igual al número de grados de libertad de la base (seis para base rígida; mucho más para un puente) y actúan simultáneamente. El fenómeno se tiene en cuenta en este artículo trabajando en el espacio de estados de la estructura o porción de ella que se diseña. La combinación de efectos de los componentes da origen a un elipsoide en el espacio de estados, y el elipsoide se sustituye por una combinación lineal de los efectos de la gravedad y de los componentes individuales. La estructura resiste si todos los puntos así definidos caen dentro de la envolvente de sobrevivencia en el espacio de estados. Suponiendo que esa envolvente es convexa se calculan coeficientes de los efectos individuales que minimizan los errores provenientes de la simplificación.

* Instituto de Ingeniería, UNAM

CRITERIO APROXIMADO DE DISEÑO ANTE SISMOS DE VARIOS COMPONENTES

Emilio Rosenblueth

Introducción

Ha sido usual diseñar las estructuras para que resistan la envolvente de los efectos de los diversos componentes del movimiento sísmico del terre no como si estos componentes actuaran individualmente, uno a la vez. Recientemente se ha extendido la conciencia de que ha de diseñarse reconociendo que la acción de todos los componentes es simultánea. Tal conciencia comienza a manifestarse en requisitos que fijan los reglamentos de construcción y hace falta disponer de un criterio práctico para cumplir con estas disposiciones. El énfasis va en el calificativo de práctica pues los criterios más rigurosos exigen un esfuerzo desmesurado por parte del diseñador.

En este artículo partimos de suponer que se ha analizado la estructura para todos los componentes que se estima significativos. En el caso más sencillo estos abarcan sólo el movimiento en dos direcciones horizontales ortogonales. En un edificio con base rígida ubicado en una zona altamente sísmica el número de componentes significativos puede llegar a seis (tres de traslación y otros tantos de rotación), y en una estructura larga sobre varios apoyos o en contacto continuo con el terreno (como un puente o un túnel respectivamente) tal número puede ser muy superior. Después de discutir la importancia relativa que pueden tener los efectos de cada componente se exponen criterios basados en la naturaleza estocástica de las perturbaciones, se propone un método aproximado y se evalúan los errores que este puede introducir.

Componentes de la perturbación y respuestas estructurales

Consideremos primero dos componentes horizontales según los ejes X , Y , perpendiculares entre sí. Sean S_X , S_Y las correspondientes intensidades para amortiguamiento nulo, en la acepción de Housner, es decir, las inte

grales de los correspondientes espectros de pseudovelocidad, en pies/seg, en el intervalo de periodos de 0.1 a 2.4 seg, y sea $S_X \leq S_Y$. Es sabido¹ que la esperanza $E(S_X/S_Y)$ es función creciente de $(S_X^2 + S_Y^2)^{1/2}$ y que, cuando este parámetro excede de 4.5, dicha esperanza pasa de 0.9. Ahora bien, dadas las relaciones usuales entre ordenadas de pseudovelocidad y velocidad máxima del terreno y entre esta y la intensidad en la escala de Mercalli modificada, $(S_X^2 + S_Y^2)^{1/2} = 4.5$ corresponde aproximadamente a una intensidad algo menor que 5 en esta última escala. Por consiguiente S_X/S_Y será casi invariablemente mayor que 0.9 en los casos de interés práctico y, de hecho, raras veces será menor que 0.95. Dado que se simplifican grandemente los cálculos y sólo se introduce un pequeño error del lado de la seguridad, supondremos que la intensidad del movimiento en dirección horizontal es independiente de la dirección, como lo estipulan todos los reglamentos conocidos de diseño sísmico.

En ciertas condiciones importa tener en cuenta el componente vertical del movimiento del terreno¹ y, sobre todo en edificios esbeltos, los componentes de rotación con respecto a dos ejes horizontales y uno vertical². En otras estructuras pueden además ser significativos componentes adicionales.

Es sabido que los movimientos horizontales de traslación del terreno según dos ejes ortogonales están parcialmente correlacionados en sí³. De hecho la correlación es nula entre los acelerogramas según tres direcciones ortogonales, a las que podemos denominar direcciones principales del movimiento. Para hallar las direcciones principales se pueden calcular las covariancias de los acelerogramas de los movimientos del terreno en diversos grupos de direcciones ortogonales y detectar aquel para el que las correlaciones son nulas entre el instante inicial y el instante t . Se encuentra que las direcciones principales dependen poco de t y que una de ellas es aproximadamente vertical mientras otra está orientada aproximadamente hacia el foco del temblor.

Si admitimos que el movimiento del terreno es el resultante de suponer tres movimientos independientes entre sí, orientados según los ejes principales uno de los cuales es vertical y que ambos componentes horizontales son procesos gaussianos de igual intensidad concluimos que no hay co

relación entre los movimientos contenidos en planos verticales ortogonales. En efecto, por tratarse de procesos gaussianos su intensidad es proporcional a su desviación estándar y los cuadrados de las intensidades se combinan como las variancias. De aquí que si las direcciones horizontales X, Y son principales, en las direcciones U, V , perpendiculares entre sí y formando un ángulo θ con X, Y la covariancia de los acelerogramas será proporcional a

$$\begin{aligned} E\left(\int_0^t \ddot{u}\ddot{v} dt\right) &= E\left[\int_0^t (\ddot{x} \cos \theta + \ddot{y} \sin \theta)(-\ddot{x} \sin \theta + \ddot{y} \cos \theta) dt\right] \\ &= E\left[\int_0^t (-\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2) \sin \theta \cos \theta - \ddot{x}\ddot{y}(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) dt\right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

pues \ddot{x} y \ddot{y} no están correlacionadas y sus variancias son iguales entre sí. Vemos que la hipótesis de que la intensidad en dirección horizontal es independiente de la orientación permite suponer que no hay correlación entre los movimientos en direcciones horizontales. A la misma conclusión se llega al transformar coordenadas notando que las covariancias se transforman como los esfuerzos³. Cabe incluso una representación en diagrama de Mohr en que las variancias hacen las veces de esfuerzos normales y las covariancias en direcciones ortogonales las hacen de esfuerzos tangenciales. Si los esfuerzos normales son iguales entre sí en dos direcciones principales, el círculo de Mohr para toda dirección contenida en el plano que definen estas direcciones se reduce a un punto, es decir que las covariancias en direcciones ortogonales contenidas en este plano son nulas.

Notamos de paso que en el caso general de intensidades diferentes según las direcciones principales, así como existe un elipsoide de esfuerzos existe un elipsoide de intensidades sísmicas y un elipsoide de efectos de los tres componentes traslacionales del movimiento sísmico en una estructura de comportamiento lineal. (Tales efectos son las respuestas de la estructura, es decir fuerzas generalizadas y deformaciones generalizadas.)

En ciertos casos no es siquiera necesaria la hipótesis de independencia

estocástica entre los componentes del movimiento. En efecto, admitiendo la validez de analizar la estructura para cálculo de deformaciones como si su comportamiento fuese lineal (hipótesis que en el análisis modal es tá implícita), encontramos los efectos de cada componente del movimiento como la convolución de una función de transferencia y el acelerograma del componente¹.

$$R(t) = \int_0^t \ddot{x}(\tau)\psi(t-\tau)d\tau \quad (1)$$

Aquí x = movimiento del terreno según un componente, t = tiempo, R = res puesta (momento flexionante, deformación, esfuerzo, etc), ψ = función de transferencia y los puntos significan derivadas con respecto a t : \ddot{x} = ace leración del terreno en el componente en cuestión. Generalmente ψ tiene un buen número de cambios de signo durante un temblor y las funciones de transferencia correspondientes a una misma respuesta pero a distintos componentes difieren apreciablemente entre sí. Por consiguiente, en la mayoría de los casos de interés práctico las correlaciones entre componentes del movimiento del terreno prácticamente se pierden cuando consideramos los efectos de dichos componentes en la estructura. A la misma conclusión se llega examinando las respuestas modales. Se exceptúan los siguientes casos:

1. Estructuras extraordinariamente rígidas (típicamente aquellas cuyo pe riodo fundamental es menor que 0.3 seg). Los movimientos de estos sistemas prácticamente coinciden con los del terreno. Por tanto sus respuestas están casi en sincronía con las perturbaciones y las correlaciones que hay entre los componentes se manifiestan con poca modificación en las res puestas a los mismos. (Las funciones de transferencia $\Psi(t)$ casi se confunden con cantidades proporcionales a δ = delta de Dirac).

2. Estructuras extraordinariamente flexibles. Si el periodo fundamental de vibración en cada una de dos direcciones horizontales ortogonales es mucho mayor que la duración del temblor, intervendrá en la ec 1 un tramo tan breve de las funciones ψ para vibración en estas direcciones que dichas funciones podrán ser casi proporcionales entre sí y manifestarse en las respuestas casi íntegra la correlación que haya entre los movimientos del terreno en las direcciones mencionadas. Ningún edificio está en tales condiciones.

3. Componentes del movimiento del terreno que producirían deformaciones en la estructura aun si se los aplicara estáticamente. Así sucede, por ejemplo, con los movimientos diferenciales de los apoyos de un puente. Parte de las respuestas estructurales está entonces en sincronía con las perturbaciones, y las correlaciones que haya entre estos componentes se traducirán en idénticas correlaciones entre las porciones correspondientes de las respuestas.

4. Componentes debidos predominantemente a un mismo tren de ondas que afecta sucesivamente a diversos apoyos. De nueva cuenta encontramos esta situación ejemplificada en puentes que descansan sobre varias pilas. Un mismo tren de ondas superficiales puede afectar a las pilas una tras otra sin experimentar gran modificación en su trayecto y producir respuestas estrechamente correlacionadas entre sí (en adición a las que lo estarían de aplicarse la perturbación estáticamente como se describió en el caso 3).

5. Modos naturales de vibración que sean excitados por dos o más componentes. (La excepción no se aplica a excitación por dos componentes horizontales de igual intensidad.) En dos condiciones prácticas se puede presentar esta situación:

5.1 Edificios con excentricidad torsional. El componente de rotación con respecto a un eje vertical y al menos un componente de traslación horizontal producirán oscilación en cuando menos dos de los tres grados de libertad que tiene cada piso, considerado rígido en su plano. Tal es el caso de las ondas de Love, en que existe correlación completa entre la traslación y la rotación para cualquier frecuencia dada de excitación².

5.2 La acción del componente rotacional del movimiento del terreno con respecto a un eje horizontal excita los mismos modos naturales de vibración que los desplazamientos horizontales del terreno en dirección perpendicular al eje de rotación mencionado. Tratándose de ondas de Rayleigh de cualquier frecuencia dada hay correlación total entre los movimientos horizontales, la rotación con respecto a un eje horizontal y los desplazamientos verticales, todos ellos en el mismo plano, pero solamente los dos primeros componentes del movimiento excitan a los modos naturales de

oscilación lateral². Esta correlación se debe tener en cuenta calculando las respuestas en cada modo ante la combinación de traslación horizontal y rotación y combinando dichas respuestas como si ambos tipos de excitación constituyeran un solo componente del movimiento del terreno. En adición, los componentes rotacionales ocasionan movimiento casi de cuerpo rígido del edificio (son de cuerpo rígido cuando despreciamos las deformaciones axiales de las columnas).

El análisis de estructuras en que dos componentes del movimiento del terreno producen oscilación en un mismo conjunto de modos naturales y lo hacen en forma totalmente correlacionada no presenta dificultad. Para esos modos basta con asimilar ambos componentes en uno solo. Lo mismo vale en lo tocante a oscilaciones de cuerpo rígido y a deformaciones que coincidirían con las que impondría el movimiento del terreno de aplicarse estáticamente. Los demás casos enunciados ameritan un tratamiento por separado. En lo que sigue supondremos que los casos de correlación total para un mismo conjunto de modos naturales, movimientos de cuerpo rígido y deformaciones estáticas han sido transformados conjuntando los correspondientes componentes de la perturbación y que por lo demás no existe correlación temporal entre los efectos de los diversos componentes.

Superficies de falla

Dadas una sección de un elemento estructural, las propiedades de los materiales que lo constituyen y el conjunto de fuerzas generalizadas (momentos flexionantes, fuerza longitudinal, fuerza cortante, etc) la resistencia de materiales permite decir si la sección resiste. Hay pues una función de las fuerzas generalizadas, digamos $F(\underline{R})$ donde \underline{R} = vector de fuerzas generalizadas, que define la superficie $F = 0$ en un espacio de tantas dimensiones como componentes tiene \underline{R} , y tal que los puntos que se hallan dentro de la superficie corresponden a grupos de efectos de las sollicitaciones que la sección resiste, mientras que los puntos que yacen fuera de la superficie corresponden a estados de falla. La superficie $F = 0$ se conoce como *superficie de falla*. Por ejemplo, en una sección de columna de concreto reforzado de forma rectangular, sujeta a la fuerza longitudinal P y al momento flexionante M_x según uno de los ejes principales, el espacio de \underline{R} se reduce a un plano y la superficie de fa-

lla es una línea, como se muestra en la fig 1. En la figura P' = fuerza axial que haría fallar la sección y M'_x = momento puro en la dirección X que la haría fallar si $P = 0$. En la misma figura se representan las líneas ("superficies") de falla típicas para una sección de columna de perfil laminado de acero y para una pieza de comportamiento lineal.

Si las secciones transversales de las columnas mencionadas pueden estar sujetas a fuerza longitudinal y flexión según ambos ejes principales, R tiene tres componentes -- P , M_x y M_y --. Un corte de la superficie de falla, normal al eje Z da líneas de falla correspondientes a combinaciones de M_x y M_y para un valor constante de P . Típicamente se obtienen curvas como las que muestra la fig 2, en la cual M'_y = momento en la dirección Y que haría fallar la sección si obrara la fuerza P y si M_x fuese nulo.

Se dispone de un conjunto de gráficas de diseño para columnas de concreto reforzado⁴ con distintas disposiciones y cuantías de refuerzo. Las gráficas permiten determinar si una combinación P , M_x , M_y será resistida por una sección dada.

Tratándose de miembros estructurales prismáticos cortos, es decir aquellos en cuyo comportamiento la inestabilidad no juega un papel apreciable, el análisis de estabilidad se reduce al trazo, en el espacio de fuerzas generalizadas, de los puntos que representan los estados de las secciones potencialmente críticas y su comparación con la superficie de falla. Si todos los puntos caen en el interior de esta superficie el miembro es estable. Basta con que un punto caiga fuera para que pueda aseverarse que el miembro falla.

En el análisis de miembros estructurales esbeltos caben al menos dos enfoques. Pueden representarse los estados de manera que cada punto represente la combinación de efectos de primer y segundo órdenes (los de segundo orden corresponden a cambios en geometría), dejando la superficie de falla sin modificar, y por lo demás, proceder como para los miembros estructurales cortos. Como alternativa, los puntos que representan estados de las secciones potencialmente críticas pueden trazarse sin prestar atención más que a los efectos de primer orden y modificarse la superfi-

cie de falla en función de las relaciones de esbeltez y condiciones de frontera a fin de lograr el mismo resultado que con el primer enfoque. El primero de estos procedimientos es más realista y constituye la base de disposiciones reglamentarias que acuden a momentos flexionantes incrementados por efectos de esbeltez.

Las superficies de falla de los miembros estructurales cortos son convexas (En miembros de comportamiento lineal con sección poligonal las superficies de falla son poliedros convexas. Cualquiera que sea el comportamiento, a secciones circulares corresponden superficies de falla de revolución.) Cuando la superficie de falla se modifica para tener en cuenta fenómenos de inestabilidad pueden presentarse concavidades locales. Esta situación es excepcional y, como hemos visto, puede obviarse, por lo cual en lo que sigue supondremos que la superficie de falla es convexa.

Respuestas a la combinación de componentes sísmicos

Consideremos inicialmente como respuestas las fuerzas generalizadas que obran en los miembros estructurales. Sea \underline{R}_0 el vector que representa el estado de una sección potencialmente crítica de un miembro estructural ante la acción de las cargas gravitacionales. En dicha sección el efecto del i ésimo componente del movimiento del terreno se manifiesta como la adición vectorial a \underline{R}_0 del vector correspondiente, \underline{R}_i , con signos tanto positivo como negativo. En todo instante la combinación de los efectos de los diversos componentes se manifestará como la adición a \underline{R}_0 de un vector función del tiempo. Sería en general demasiado conservador, sin embargo, combinar en mera adición de valores extremos los efectos más desfavorables de todos los componentes, pues las respuestas más desfavorables no ocurren simultáneamente. En vez de este criterio postularemos uno que, en las condiciones a que hemos restringido el presente trabajo, suministra resultados satisfactorios, como veremos más adelante. El criterio que proponemos es el siguiente:

Verifíquese que la sección es estable ante las combinaciones $\underline{R}_0 \pm \underline{R}_i + 0.3 \sum_{j \neq i} (\pm \underline{R}_j)$ donde i toma los valores que corresponden a cada componente; la suma es vectorial y de cada \underline{R}_i y \underline{R}_j se elige el signo más desfavorable.

Como un ejemplo consideremos una sección de viga que solo pueda fallar en flexión. Su condición inicial será el par de momentos flexionantes M_{ox} , M_{oz} actuando digamos en un plano horizontal y uno vertical respectivamente. Sea la superficie de falla de esta sección como se muestra en la fig 3. Al principio del movimiento sísmico el estado de la sección estará representado por un punto cuya trayectoria será parecida a la que se ha dibujado en la figura. Se ha trazado allí mismo, a partir del punto de coordenadas M_{ox} , M_{oz} un vector M_{xx} , M_{xz} y su simétrico, que representan el efecto del componente de traslación del terreno en la dirección X, seguido de otro vector $0.3M_{yx}$, $0.3M_{yz}$ y su simétrico, que corresponde a 0.3 veces el efecto de la traslación horizontal del terreno según el eje Y. También se han representado los vectores M_{yx} , M_{yz} y $0.3M_{xx}$, $0.3M_{xz}$ así como sus simétricos. Los cuatro puntos extremos de estos trazos caen en el interior de la superficie de falla; concluimos que no falla esta sección. Incluso, podemos usar el resultado de este análisis para diseñar o rediseñar la pieza de manera que resista las solicitaciones calculadas, con un margen de seguridad adecuado. Si el rediseño de uno o varios miembros estructurales puede modificar apreciablemente las respuestas del sistema será necesario reanalizarlo.

A fin de cuantificar los errores que puede introducir el procedimiento propuesto notemos que, al ser convexa la superficie de falla, el error máximo del lado de la inseguridad se presenta cuando R_0 es nulo y los vectores de los efectos de todos los componentes constan de un solo elemento cada uno. Sea R_{ij} el elemento del vector R_i que difiere de cero. En vista de la hipótesis de independencia estocástica entre los diversos componentes, la respuesta de diseño debe ser igual a

$$R_j = \left(\sum_{i=1}^n R_{ij}^2 \right)^{1/2} \quad (2)$$

Esta relación se deduce de que la respuesta a cada componente constituye sensiblemente un proceso gaussiano de media nula. La respuesta asociada a cualquier probabilidad fija de ser excedida es por tanto proporcional a la desviación estándar del proceso. Por tratarse de procesos independientes entre sí, sus variancias son aditivas. Como la variancia es el cuadrado de la desviación estándar, los cuadrados de las respuestas R_{ij} que se asocian a una probabilidad fija de excedencia también serán aditivos.

En cambio el procedimiento propuesto arroja

$$R_j = R_{1j} + 0.3 \sum_{i=2}^n R_{ij} \quad (3)$$

donde hemos elegido $i = 1$ de tal manera que $R_{1j} = \max_i R_{ij}$. Sea r el cociente de R_j calculada según la ec 3 al valor que da la ec 2. Es fácil verificar que $0 < r < 1$ siempre que r es mínimo cuando $R_{1j} = R_{2j}$ y $R_{ij} = 0$ para $i > 3$; en este caso $r = 0.919$, es decir que el máximo error del lado de la inseguridad que introduce el procedimiento propuesto es 8.1 por ciento.

Para ilustrar el método que emplearemos en el cálculo del error máximo del lado de la seguridad, consideremos el caso en que solo obran dos componentes del movimiento del terreno y n vale 2. Sean X, Y los ejes correspondientes. El caso de máximo error porcentual se presentará cuando $R_{ox} = R_{oy} = R_{xy} = R_{yx} = 0$. Mediante una transformación lineal podemos hacer que $R_{xx} = R_{yy}$. El efecto de combinar ambos componentes en cuanto a una fuerza generalizada en la dirección arbitraria X' que forma un ángulo α con X es

$$\begin{aligned} R_{X'} &= (R_{xx}^2 \cos^2 \alpha + R_{yy}^2 \sin^2 \alpha)^{1/2} \\ &= R_{xx} \end{aligned}$$

Por tanto la envolvente de los efectos combinados es una circunferencia de radio R_{xx} . El caso más favorable para la sección y más desfavorable desde el punto de vista de la precisión del procedimiento que analizamos es aquel en que la superficie de falla es también una circunferencia. Rigurosamente, dentro del marco de las hipótesis que hemos adoptado, basta con que la resistencia de la sección corresponda a una línea de falla circular con radio también igual a R_{xx} . En cambio el procedimiento aproximado que hemos descrito exigirá un radio igual a $(R_{xx}^2 + 0.3 R_{yy}^2)^{1/2} = 1.044 R_{xx}$. Es decir, el error máximo vale 4.4 por ciento del lado de la seguridad.

Con cualquier valor de n un enfoque análogo da como error máximo $[1 + 0.3^2 (n-1)]^{1/2} - 1$. Los errores máximos posibles se consignan en la tabla 1. Estos no deben ser causa de alarma pues es raro que el número de componentes significativos exceda de tres y tampoco es frecuente que haya más

de tres fuerzas generalizadas que simultáneamente definan la superficie de falla de una sección; aun menos frecuente es que la superficie de falla sea casi una esfera o hiperesfera. Por tanto el error casi nunca se acercará a 8.7 por ciento y de hecho será raro que pase de 4 por ciento.

Torres y chimeneas

Es aconsejable incrementar el coeficiente 0.3 para el diseño de torres y chimeneas. Esta modificación obedece a dos consideraciones:

En torres de planta rectangular o cuadrada apoyadas en cuatro patas que coinciden con los vértices de la planta, la superficie de falla describe rombos en planes de interacción entre los momentos de volteo M_x , M_y que obran paralelamente a los lados de la base. Es decir, la ecuación de la superficie de falla es de la forma $|M_x| + \alpha|M_y| =$ una función de la fuerza vertical total, donde $\alpha =$ constante. En torres de planta cuadrada con todas las patas iguales, $\alpha = 1$. De aquí que si adoptásemos el coeficiente 0.3 y analizáramos paralelamente a los lados, introduciríamos errores sistemáticos de 8.1 por ciento del lado de la inseguridad, más los errores debidos a despreciar el componente vertical y otros componentes cuando se los despreciara. Con coeficiente de 0.5 el error estará siempre del lado de la seguridad. El máximo cuando solo obra traslación horizontal será 6.1 por ciento, y si obran tres componentes ortogonales de traslación y los tres producen efectos estadísticamente iguales entre sí, el error máximo será de 15.5 por ciento. Atendiendo a las consideraciones que siguen, es probable que este último valor no se alcance y que, de hecho, los errores estén todavía del lado de la inseguridad.

En estructuras que nominalmente tienen simetría radial, como las chimeneas, una asimetría, en apariencia insignificante, hace que se presente un acoplamiento apreciable entre los modos naturales de vibración en direcciones horizontales ortogonales. El fenómeno se ha observado en experimentos de vibración libre en una chimenea real^{1, 6}. Ante perturbaciones pequeñas la superposición de efectos en direcciones perpendiculares es suficientemente importante como para pensar que el coeficiente 0.5 debería estar más próximo a 1. Sin embargo, el que los dos componentes horizontales principales no tengan la misma intensidad y que aun estas estructuras suelen presentar intensidad y comportamiento histerético de

magnitud considerable antes de fallar lleva a concluir tentativamente que el coeficiente 0.5 será adecuado para fines de diseño. La misma conclusión vale para otras estructuras levemente amortiguadas cuyo comportamiento dinámico en planos horizontales no dependa nominalmente de la dirección de las oscilaciones.

Ejemplos

Ambos ejemplos elegidos para ilustrar el método propuesto se refieren a columnas de concreto reforzado de sección circular, suficientemente cortas como para que la posibilidad de inestabilidad inelástica no haga que las superficies de falla dejen de ser convexas. En ambos consideramos únicamente los efectos de tres componentes del movimiento del terreno, todos ellos de traslación suponiendo que la parte significativa de las rotaciones con respecto a ejes horizontales está incorporada en el cálculo de las respuestas modales por hallarse dicho efecto completamente correlacionado con el de traslación horizontal.

Ejemplo 1. Se trata de diseñar por cortante una columna de sección circular. Supondremos de acuerdo con la ref 5 que en el intervalo de interés la capacidad al corte es $V_1 + 0.04P$, donde V_1 = capacidad que tendría la pieza en ausencia de fuerza longitudinal y P = fuerza longitudinal de compresión. La superficie de falla en este intervalo es por tanto tronco cónica (fig 4). Sean los resultados del análisis los consignados en la tabla 2, en la que el primer índice de V se refiere al componente que produce la respuesta, el índice o a los efectos de cargas gravitacionales, el segundo índice de V a la dirección en que obra la fuerza cortante, el índice de P al componente que produce este efecto, el signo positivo de V a fuerzas cortantes dirigidas hacia el interior del edificio de que forma parte la columna cuando su sección transversal se mira desde arriba y el signo positivo de P a compresiones.

En la fig 5 se muestran dos proyecciones, la horizontal y una vertical, de los vectores que resultan de aplicar el procedimiento propuesto. La capacidad que se requeriría al corte si no obrara fuerza axial se calculó como sigue para la combinación $R_o + 0.3R_y + R_x + 0.3R_z$:

$$V = |(40 + 24 + 40 + 3)^2 + (40 + 6 + 100 + 6)^2|^{1/2} - 0.04(1000 - 60 - 200 + 60) = 154 \text{ ton.}$$

De hecho hubo necesidad de ensayar algunas otras combinaciones de efectos de los componentes. Así, con $\underline{R}_0 + \underline{R}_x + 0.3\underline{R}_y + 0.3\underline{R}_z$ se encontró $V_1 = 133$ ton; con $\underline{R}_0 + \underline{R}_x + 0.3\underline{R}_y - 0.3\underline{R}_z$, $V_1 = 127$ ton, y con $\underline{R}_0 + 0.3\underline{R}_x + \underline{R}_y - 0.3\underline{R}_z$, $V_1 = 146$ ton. En la práctica la mera inspección de datos como los contenidos en la tabla 2 sugiere cuáles combinaciones ameritan ser examinadas. Alternativamente la búsqueda de la combinación más desfavorable puede programarse fácilmente para computadora.

Para obtener la solución exacta, en cambio, habría sido menester encontrar la traza, en el plano V_x, V_y , del cono, con centro en el eje P negativo y pendiente 0.04 de sus generatrices, que fuese tangente a un elipsoide con centro en el punto 40, 40, 1000 y con ejes inclinados.

Ejemplo 2. Se trata de una columna en flexocompresión cuando las fuerzas longitudinales que en ella obran son nuevamente las que contiene la tabla 2 y los momentos flexionantes, en unidades de c toneladas-metro, donde c = constante, son numéricamente iguales a las fuerzas cortantes que, en toneladas, se hallan en la tabla. Digamos que en elevación las superficies de falla correspondientes a distintas cuantías de refuerzo tienen el aspecto que muestra la fig 6. En planos horizontales estas superficies describen circunferencias.

Por inspección es evidente que basta estudiar las combinaciones $\underline{R}_0 + \underline{R}_x + 0.3\underline{R}_y + 0.3\underline{R}_z$, $\underline{R}_0 + 0.3\underline{R}_x + \underline{R}_y + 0.3\underline{R}_z$ y $\underline{R}_0 + 0.3\underline{R}_x + 0.3\underline{R}_y + \underline{R}_z$. Las sumas vectoriales correspondientes se muestran en la fig 7, donde el corte radial de las superficies de falla se presenta abatido sobre el plano $V_{x'}$ P. Concluimos que la segunda combinación es crítica y que la columna requiere 1.55 por ciento de refuerzo longitudinal.

Conclusiones

Se ha presentado un procedimiento sencillo, aproximado para tener en cuenta en diseño estructural los efectos de varios componentes del movimiento del terreno. El método supone que dichos efectos son estocásticamente independientes entre sí, que las respuestas estructurales constituyen procesos gaussianos, y que las superficies de falla de los miembros

estructurales son convexas. En casi todos los casos de interés práctico se satisfacen las hipótesis con suficiente aproximación y los errores que entonces introduce el procedimiento raras veces sobrepasan un 4 por ciento.

En esencia el procedimiento consiste en sumar vectorialmente los efectos estocásticamente independientes de las fuerzas gravitacionales, uno de los componentes del movimiento y 0.3 por los efectos de los demás componentes y comparar con la resistencia de la sección o elemento estructural de que se trata o bien diseñar este para que resista la combinación mencionada. Para torres y chimeneas parece aconsejable incrementar el coeficiente 0.3 a 0.5.

Reconocimiento

El procedimiento que aquí se describe fue propuesto a principios de 1975 por A S Veletsos, de la Universidad de Rice, Houston, Texas. Ha servido de base para disposiciones de la guía para elaborar reglamentos de diseño sísmico en los Estados Unidos (por el Applied Technology Council de ese país) y del Reglamento de las Construcciones para el Distrito Federal, México. En la propuesta original los coeficientes 0.3 y 0.5 son 1/3.

El autor agradece a L Esteva la revisión crítica del manuscrito y sus útiles observaciones.

Notación

- c = constante que afecta a los momentos flexionantes de una columna
- $E(\cdot)$ = esperanza de la variable (\cdot)
- F = función del vector de respuestas estructurales; $F(\underline{R}) = 0$ define la superficie de falla de la sección o miembro estructural que se considera
- i = subíndice que identifica un componente del movimiento del terreno
- j = subíndice que identifica un componente del movimiento del terreno

M	= momento flexionante
n	= número de componentes del movimiento del terreno que afectan significativamente el comportamiento de una sección o un miembro estructural
o	= subíndice que identifica los efectos de cargas gravitacionales
P	= fuerza longitudinal en una columna
<u>R</u>	= vector de respuestas estructurales en una sección o miembro estructural
R	= elemento de <u>R</u>
r	= cociente del valor calculado al exacto del radio vector de respuestas estructurales
S	= intensidad de Housner
t	= tiempo
X	= coordenada horizontal
Y	= coordenada horizontal
Z	= coordenada vertical
α	= coeficiente en la superficie de falla de torres
δ	= delta de Dirac
ψ	= función de transferencia

Referencias

1. Newmark, N M y Rosenblueth, E, *Fundamentals of earthquake engineering*, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, N J, 1971.
2. Rosenblueth, E, "Respuestas de edificios altos a temblores con cinco componentes". Cuarto Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Oaxaca, Oax. 1975.
3. Penzien, J y Watabe, M, "Simulation of 3-dimensional earthquake ground motions", *Bull Internatl Inst of Seismology and Earthq Engng*, Tokio, 12, 1974, 103-15
4. Meli, R, *Gráficas para el dimensionamiento plástico de columnas de concreto reforzado*, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 1969.
5. Díaz de Cossío, R y Siess, C P, "Behavior and strength in shear of beams and frames without web reinforcement", *Journal of the American Concrete Institute*, 57, 2, feb 1960, 695-735

6. Yamamoto, S y Suzuki, N, "Experimental and theoretical analysis of response against earthquakes of tower structures having non-uniform sections governed by bending vibrations", *Proc Third World Conf on Earthq Engng*, Auckland y Wellington, Nueva Zelanda, 1965, 2.730-47.

Tabla 1. Error máximo posible del lado
de la seguridad

n	Error, %
1	0
2	4.4
3	8.6
4	12.7
5	16.6
6	20.4

Tabla 2. Datos para el ejemplo 1

Concepto	Magnitud, ton
V_{ox}	40
V_{oy}	40
P_o	1000
V_{xx}	± 80
V_{xy}	± 20
P_x	∓ 200
V_{yx}	± 40
V_{yy}	± 100
P_y	∓ 200
V_{zx}	± 10
V_{zy}	± 20
P_z	± 200

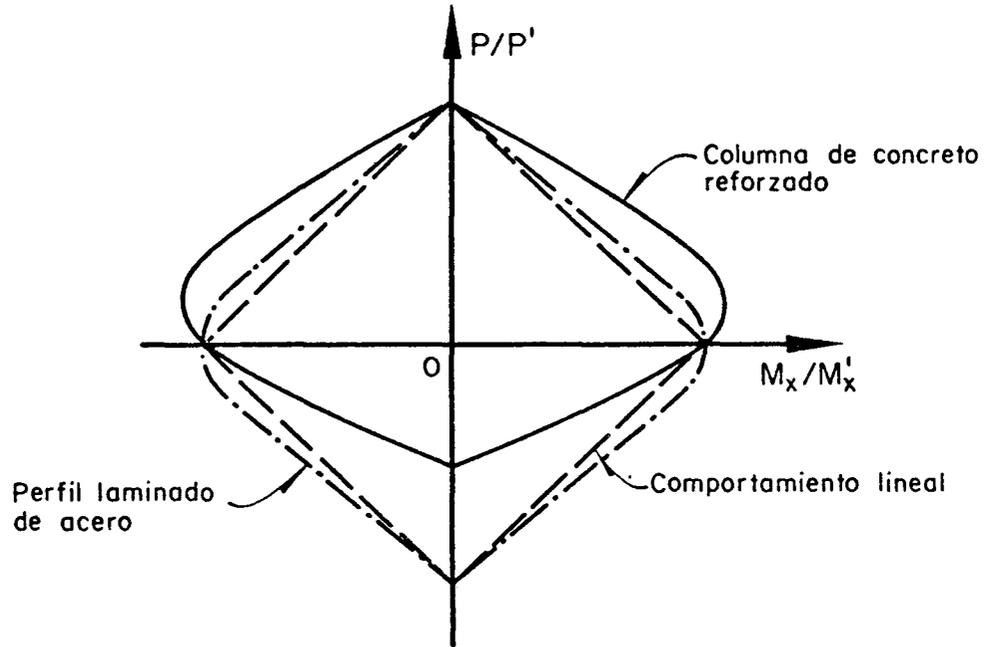


Fig 1. Línea de falla momento-fuerza axial para columna de concreto reforzado

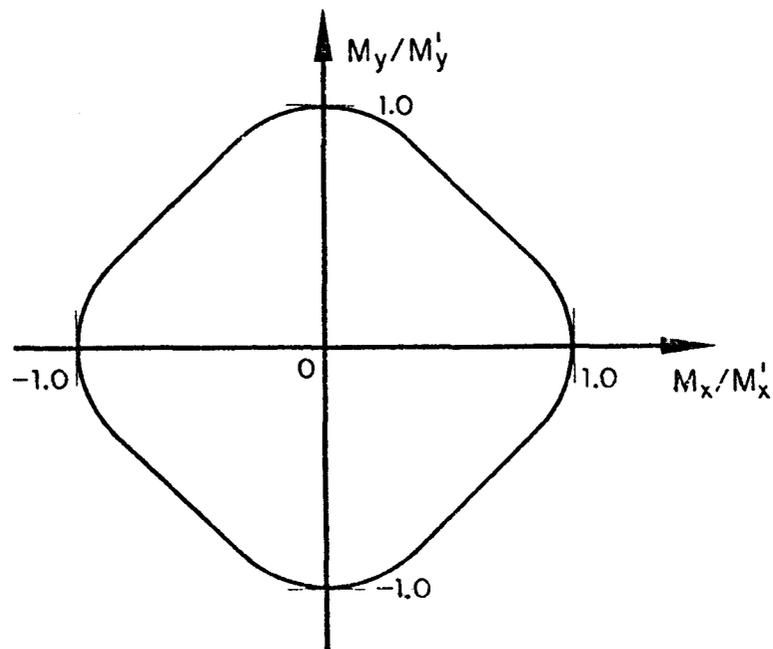


Fig 2. Línea de falla momento-momento ante carga constante para columna de concreto reforzado

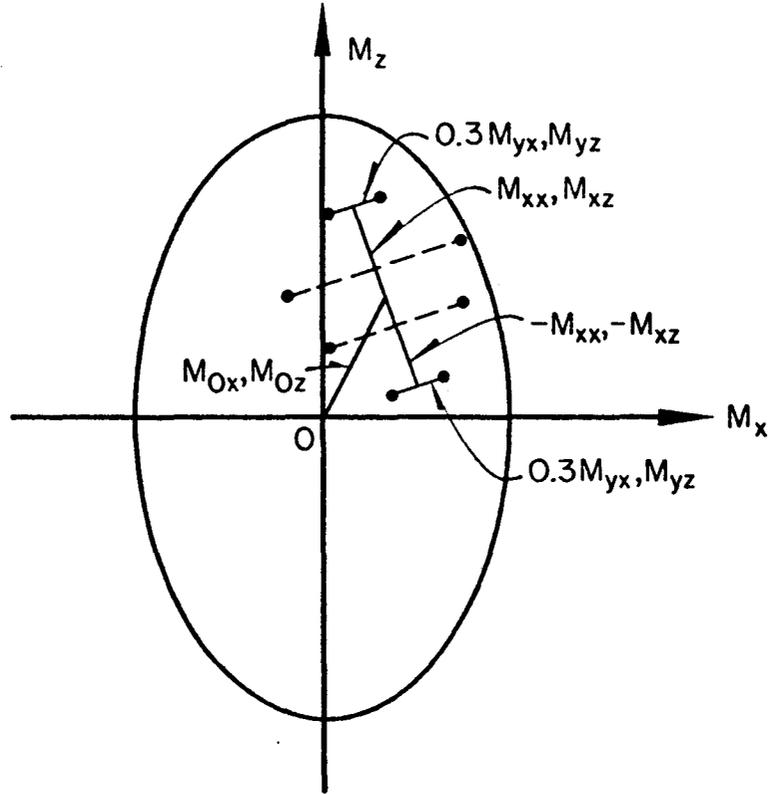


Fig 3. Viga ante carga gravitacional y dos componentes sísmicos

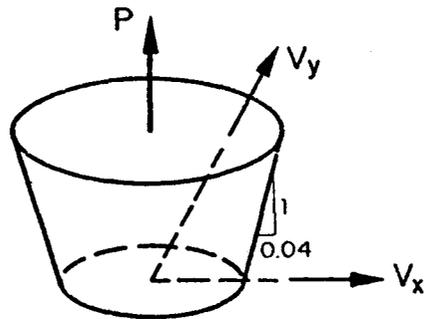


Fig 4. Superficie de falla para sección circular de columna sujeta a cortante y fuerza axial

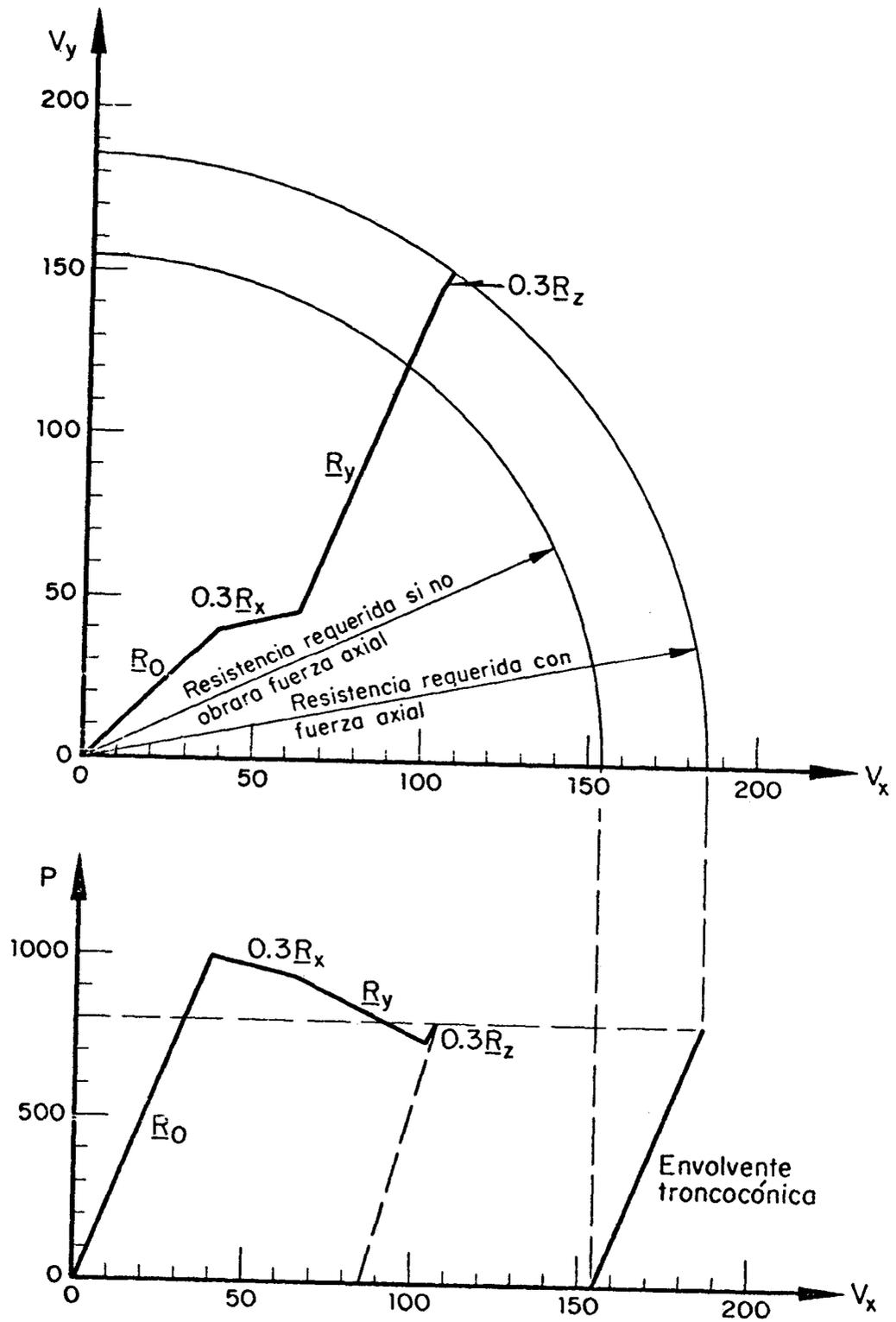


Fig 5. Solución del ejemplo 1: diseño en cortante

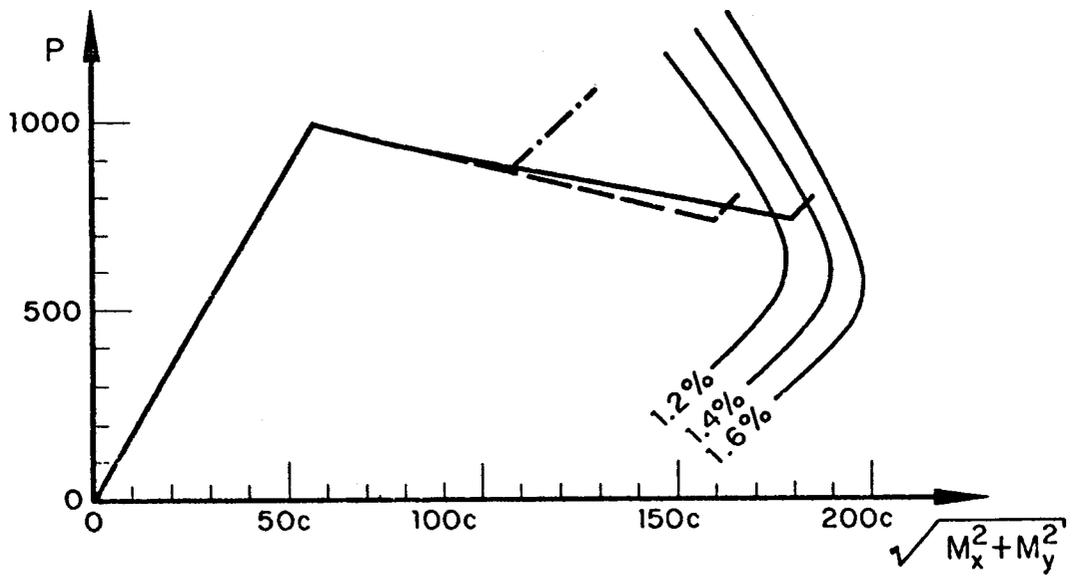
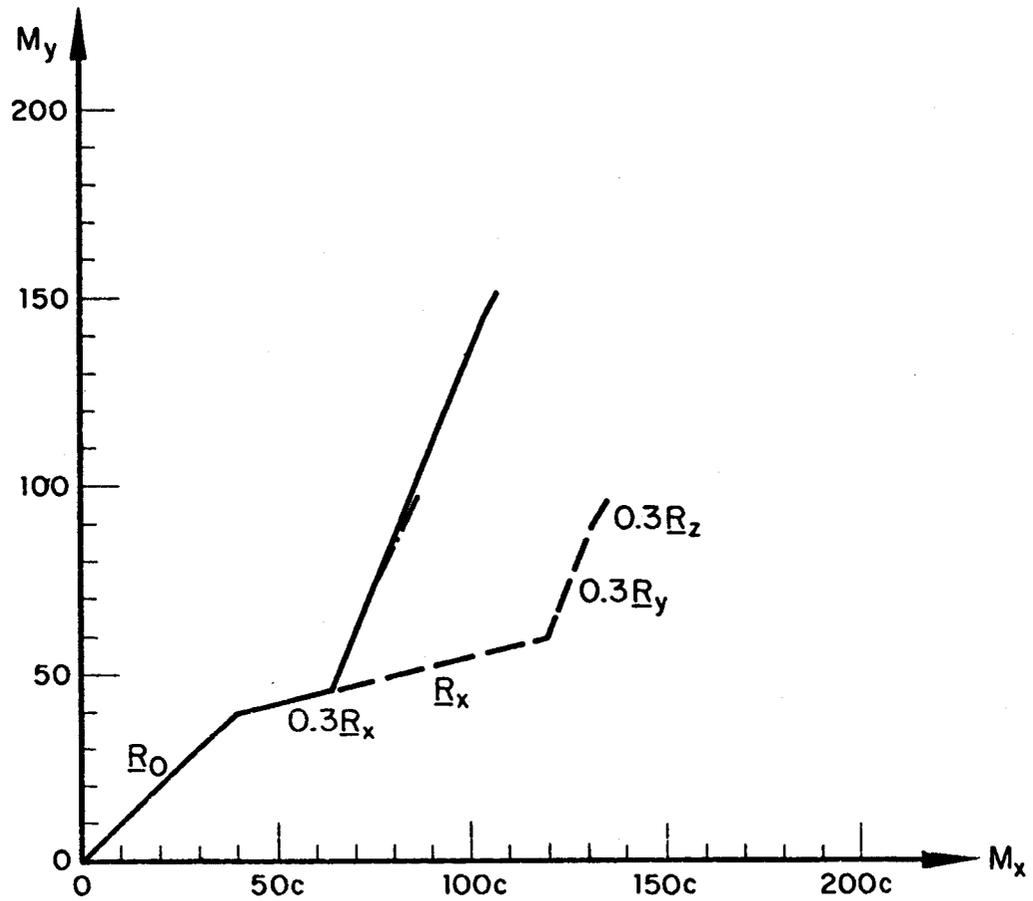


Fig 6. Solución del ejemplo 2. Diseño en flexocompresión