

ANALISIS SISMICO DE UNA ESTRUCTURA  
PARA SOPORTAR UNA BANDA  
TRANSPORTADORA DE MATERIAL.

Ing. Alejandro Vázquez Vera (I)

RESUMEN

Se describe el análisis sísmico de una estructura en forma de péndulo invertido, empleando los métodos estático y dinámico establecidos por las normas del Reglamento de construcciones para el Distrito Federal. En ambos métodos se tomó en cuenta el efecto que la inercia rotacional de la masa superior induce a la estructura.

En el análisis dinámico se estudió también la influencia que ejerce la interacción suelo-estructura en la evaluación de los períodos naturales de vibración y por lo tanto, en la respuesta sísmica.

DESCRIPCION DE LA ESTRUCTURA.

La superestructura consiste en una trabe presforzada en forma de canal de 35 m. de longitud, que sirve para soportar una banda transportadora y dos andadores laterales.

Esta trabe se apoya en columnas aisladas con sección transversal de 1.00m x 1.00m y 6.00m. de altura, separadas 35.0 m. de centro a centro (figs. 1 y 2).

En el extremo superior de las columnas se encuentra un cabezal diseñado para soportar satisfactoriamente a las trabes, cuyas dimensiones están regidas por el ancho entre apoyos necesario para poder tomar los efectos sísmicos en las dos direcciones.

(I) Gerente de Ingeniería de I.S.T.M.E., S.A.

Las trabes canal se apoyan en el cabezal de la columna por medio de placas de neopreno. En un extremo de la trabe se dejaron 2 cm. de espesor del apoyo con el objeto de limitar los desplazamientos laterales y lograr que funcione como apoyo articulado, mientras que en el otro extremo el espesor es de 6 cm, lo que permite desplazamientos horizontales a la trabe y con esto poder considerar el apoyo como libre.

La estructura tendrá una cimentación formada por una zapata cuadrada semicompensada de 4.00m. de lado, con un peralte de 0.70m. apoyada en 8 pilotes de fricción de 0.35m. de ancho y 12.0m. de longitud efectiva. En la base de la columna se colocará un dado de repartición de carga de 1.80x1.80m y 0.40m de peralte (fig. 3).

#### CONSIDERACIONES PARA DISEÑO POR SISMO SEGUN EL RCDF.

Para analizar los efectos sísmicos, la estructura se considera como un péndulo invertido según el Reglamento de Construcciones para el D.F. (ref. 1) ya que más del 50% de su masa está concentrada en la parte superior, y basta la formación de una sola articulación plástica en la columna para producir el colapso, lo que hace que sea una estructura vulnerable a los sismos y se clasifique según su estructuración dentro del tipo 1.

Por su uso, la estructura corresponde al grupo B, ya que su falla causaría pérdidas de magnitud intermedia.

El valor de coeficiente sísmico "c" es de 0.24 para estructuras del grupo B cimentadas en la zona III (terreno comensible).

La resistencia a fuerzas laterales es suministrada por una sola columna de concreto reforzado en la dirección de análisis, por lo tanto se tomará un factor de ductilidad  $Q = 2$ .

El factor de carga para diseño plástico (por resistencia última) que se debe de considerar según el artículo 237-inciso VIII, es 20 % superior al especificado en el artículo 220.

$$F.C. = 1.1 \times 1.2 = 1.32 \quad (1)$$

La estructura se analiza bajo la acción de dos componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno. Los efectos correspondientes (desplazamiento y fuerzas internas) se combinan con los producidos por las fuerzas permanentes. Dicha combinación se hace sumando vectorialmente los efectos de las fuerzas permanentes, los que resultan al actuar el sismo en una dirección y el 50% de los de la otra dirección de análisis.

Los valores para obtener el espectro de diseño sísmico-correspondiente a la zona III y para estructuras del grupo B son los siguientes:

$$a_0 = 0.06 \quad (\text{aceleración del terreno})$$

$$T_1 = 0.8 \quad \text{seg.}$$

$$T_2 = 3.3 \quad \text{seg.}$$

$$r = 1$$

#### ANALISIS ESTATICO

Según el artículo 240 del RCDF, para calcular la fuerza cortante se supondrá una fuerza horizontal actuando sobre el punto donde se considera concentrada la masa y vale:

$$V_0 = \frac{cmg}{Q} \quad \text{pero} \quad \frac{c}{Q} > a_0 \quad (2)$$

Además de la fuerza lateral, se debe tomar en cuenta el

momento producido por efecto de la inercia rotacional de la masa aplicada en el centro de rotación (C.R.) que se encuentra en el extremo superior de la columna y cuyo valor es:

$$M_0 = \frac{1.5 V_0 r_0^2 \theta_0}{\delta_0} \quad (3)$$

donde  $r_0 = \sqrt{\frac{J}{m}}$  = radio de giro de la masa.

$J$  = Inercia rotacional de la masa.

$m$  = Masa.

$\theta_0$  = Giro del extremo superior de la columna bajo la acción de  $V_0$ .

$$\theta_0 = V_0 \gamma$$

$\delta_0$  = desplazamiento lateral de dicho extremo bajo la acción de  $V_0$ .

$$\delta_0 = \frac{V_0}{K}$$

$\gamma$  = rotación de la columna al actuar una carga horizontal unitaria en el C.R. ó desplazamiento lateral del C.R. al actuar un momento unitario en dicho punto.

$K$  = rigidez por traslación.

Los valores de  $V_0$  y  $M_0$  se pueden reducir si se toma en cuenta la influencia del período fundamental de la estructura. La fórmula que propone el RCDF fue modificada para tomar en cuenta los efectos de la inercia rotacional (ref. 2) y es:

$$T = 6.3 \sqrt{\frac{m \delta_1^2 + J \theta_1^2}{V_0 \delta_1 + M_0 \theta_1}} \quad (4)$$

siendo  $\delta_1$  y  $\theta_1$  los desplazamientos totales al actuar  $V_0$  y  $M_0$  simultáneamente.

$$\delta_1 = \frac{V_0}{K} + M_0 \gamma$$

$$\theta_1 = V_0 \gamma + \frac{M_0}{K_r}$$

$K_r$  = rigidez por rotación.

Como el período fundamental obtenido para esta estructura resulta menor que el primer período dominante del terreno -- ( $T=0.8$ ) entonces los elementos mecánicos finales resultan:

$$V = \frac{a m g}{Q'} \quad (5)$$

$$M = \frac{1.5 V r_0^2 \theta}{\delta} \quad (6)$$

donde:

$$a = a_0 + \frac{(c - a_0) T}{T_1}$$

$$Q' = 1 + \frac{(Q - 1) T}{T_1}$$

$$\theta = V \gamma$$

$$\delta = \frac{V}{K}$$

por último, la deformación final se obtiene con :

$$\Delta = \left( \frac{V}{K} + M \gamma \right) Q \quad (7)$$

## ANALISIS DINAMICO

a) Voladizo con inercia rotacional y suelo infinitamente rígido.

Al tomar en cuenta la inercia rotacional de la masa, la estructura tendrá dos modos de vibración. Los valores de las frecuencias están dados por la siguiente expresión (ref. 3):

$$\omega_n^2 = \frac{\rho^2 + \Omega^2}{2\kappa} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\rho^2 + \Omega^2}{\kappa}\right)^2 - \frac{4\rho^2\Omega^2}{\kappa}} \quad (8)$$

donde:

$$\begin{aligned} \rho^2 &= \frac{K}{m} \\ \Omega^2 &= \frac{Kr}{J} \\ \kappa &= 1 - \theta\delta \end{aligned}$$

Los valores K, Kr,  $\theta$  y  $\delta$  están definidos anteriormente.  
Los períodos de vibración valen:

$$t_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (9)$$

Las configuraciones modales son:

$$\frac{X_{1n}}{\epsilon_{1n}} = \frac{K\delta}{\kappa\left(\frac{K}{\kappa} - m\omega_n^2\right)} \quad \begin{aligned} X &= \text{desplazamiento total.} \\ \epsilon &= \text{giro total} \end{aligned}$$

a partir de las cuales se pueden determinar las ordenadas del espectro de aceleraciones, los coeficientes de participación y finalmente la respuesta total del sistema al considerar las respuestas máximas de cada modo usando:

$$R = \left(\sum R_i^2\right)^{1/2} \quad (10)$$

y la deformación final es:

$$\Delta = \left(\frac{V}{K} + M\gamma\right) Q \quad (11)$$

b) Voladizo con inercia rotacional e interacción suelo-es-  
trutura.

Las restricciones del suelo son idealizadas mediante resortes de comportamiento lineal, uno para desplazamientos li

neales horizontales y otro para deformaciones angulares de cabeceo de la cimentación.

Para obtener los valores de  $K_c$  y  $R_c$  que son las rigideces correspondientes a la traslación y rotación de la base de la cimentación se utilizó la Teoría de Hrennikoff, considerando al grupo de pilotes como barras de longitud infinita en un medio elástico continuo (ref. 4). El coeficiente de reacción de subrado horizontal se tomó igual a 0.8037 - Kg/cm<sup>3</sup> para pilotes de 35 x 35 cm. y la rigidez del pilote a cargas verticales instantáneas igual a 7,500 ton/m. Las rigideces  $K_c$  y  $R_c$  que se obtuvieron son de 36,675 ton/m y 111,600 ton-m/rad respectivamente en las dos direcciones de análisis.

La frecuencia se obtiene con la siguiente expresión (ref 2):

$$\omega^2 = \frac{1}{m \left( \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K} + \frac{L'^2}{R_c} \right) + \frac{m \left( \frac{\delta}{K_r} + \frac{L'}{R_c} \right) \left( \frac{L'}{R_c} + \frac{e}{K} \right)}{\frac{1}{J\omega^2} - \left( \frac{1}{R_c} + \frac{1}{K_r} \right)} \quad (12)$$

donde  $L'$  es la altura de C.R. sobre el nivel de desplante de la cimentación y los demás valores ya fueron mencionados anteriormente.

El período vale  $t_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$

Las configuraciones modales son:

$$\frac{x_n}{e_n} = \frac{J\omega_n^2 \left( \frac{\delta}{K_r} + \frac{L'}{R_c} \right)}{1 - m\omega_n^2 \left( \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K} + \frac{L'^2}{R_c} \right)}$$

y finalmente la respuesta del sistema se calcula igual que -

para el voladizo con inercia rotacional y suelo infinitamente rígido.

La deformación total es:

$$\Delta = \left[ \frac{V}{K_c} + \frac{V}{K} + \frac{M\delta}{K_r} + \frac{(M+VL')L'}{R_c} \right] Q \quad (13)$$

c) Voladizo con masa concentrada y suelo infinitamente rígido.

Al no actuar el momento flexionante en el extremo superior, tendrá únicamente un grado de libertad y la única rigidez que interviene es la que impone la columna al desplazamiento horizontal.

La frecuencia y el período de vibración están dados por:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad y \quad t = \frac{2\pi}{\omega}$$

y la respuesta sísmica se calcula como en los casos anteriores. En este caso, el momento flexionante en el extremo superior de la columna vale cero.

#### COMPARACION DE RESULTADOS.

La comparación de los resultados obtenidos para cada uno de los análisis sísmicos desarrollados se hace en tres niveles que son: corona de la columna, base del dado y base de la zapata (Tabla 1), tomando como referencia el análisis estático.

La fuerza cortante se mantiene constante en cualquier nivel, siendo el mas desfavorable el valor que corresponde al análisis considerando la interacción suelo-estructura en las dos direcciones.



En la corona de la columna el momento más crítico corresponde al análisis estático, pero a partir de la base del dado, se observa que el momento mayor pertenece al análisis con interacción debido al incremento producido por la fuerza horizontal que actúa en el extremo superior.

La comparación gráfica de diagramas de fuerzas cortantes y momentos flexionantes de los modelos estudiados ilustra más claramente los efectos que la interacción dinámica suelo-estructura induce en la estructura analizada (figs. 4a, 4b, 4c y 4d).

Los desplazamientos finales del centro de rotación de la masa resultan más críticos en el modelo de interacción dinámica que en los otros dos modelos dinámicos y en el estático. Esto se debe principalmente a la consideración de los giros y desplazamientos en la cimentación de la estructura (Tabla 2 y figura 5).

#### CONCLUSIONES.

En estructuras en forma de péndulo invertido desplantadas en terreno blando, el fenómeno de la interacción dinámica suelo-estructura puede ser importante en la respuesta sísmica ya que alarga los períodos de vibración como en el caso analizado en el que resulta 27% mayor que el calculado con el modelo de suelo infinitamente rígido y el estático.

Por ser una estructura rígida, todos los valores de los períodos obtenidos resultan menores que el primer período dominante del terreno ( $T_1 = 0.8$  seg.) y se cae en la rama ascendente del espectro de diseño, obteniéndose ordenadas espectrales ( $S_{an}$ ) mayores con el modelo de interacción suelo-estructura y en consecuencia mayores desplazamientos y elementos mecánicos para diseño de columna, zapata y pilotes.

#### REFERENCIAS.

1. "Manual de diseño por sismo según el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Publicación 406 - del Instituto de Ingeniería, UNAM, julio 1977.
2. Cárcamo Velázquez, F. Ramón y Pérez Ruiz, Ricardo. "Análisis sísmico de la línea elevada del Metropolitano de la Ciudad de México", Tesis Profesional, enero 1981.
3. Rascón Chávez, Octavio. "Efectos sísmicos en estructuras en forma de péndulo invertido", Revista de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica A.C. 1965.
4. Teng, W.C. "Foundation Desing", Prentice - Hall, Inc. - 1962.

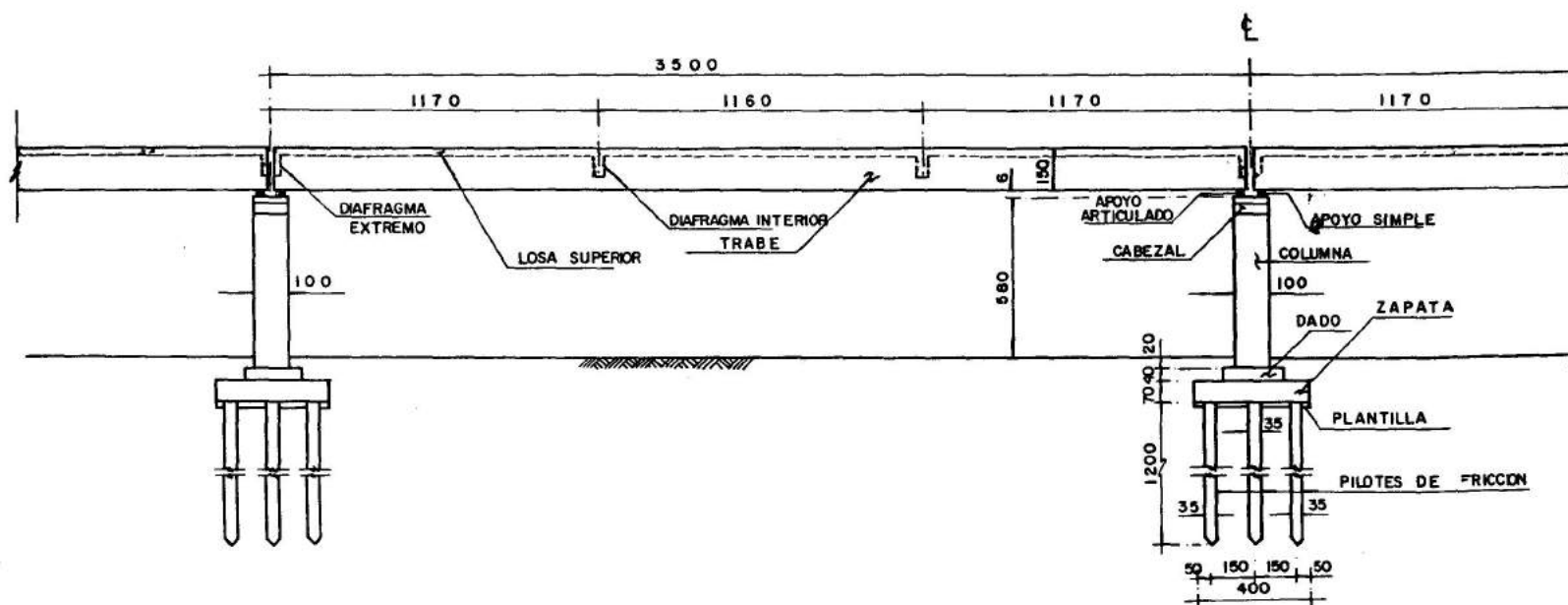


Fig 1. Elevación longitudinal

MODELO ANALIZADO			ELEMENTOS MECANICOS EN LA CORONA DE LA COLUMNA				ELEMENTOS MECANICOS EN LA BASE DEL DADO				ELEMENTOS MECANICOS EN LA BASE DE LA ZAPATA			
			V (TON)	%	M (TON-M)	%	V (TON)	%	M (TON-M)	%	V (TON)	%	M (TON-M)	%
DIRECCION TRANSVERSAL	ESTATICO		12.336	100.0	4.994	100.0	12.336	100.0	83.944	100.0	12.336	100.0	92.580	100.0
		①	11.577	93.8	3.776	75.6	11.577	93.8	77.869	92.8	11.577	93.8	85.973	92.9
	DINAMICO	②	12.559	101.8	3.345	67.0	12.559	101.8	83.723	99.7	12.559	101.8	92.514	99.9
		③	12.226	99.1	0.000	0.0	12.226	99.1	78.246	93.2	12.226	99.1	86.805	93.8
DIRECCION LONGITUDINAL	ESTATICO		12.249	100.0	0.694	100.0	12.249	100.0	79.088	100.0	12.249	100.0	87.662	100.0
		①	12.157	99.2	0.394	56.8	12.157	99.2	78.199	98.9	12.157	99.2	86.709	98.9
	DINAMICO	②	12.976	105.9	0.466	67.1	12.976	105.9	83.512	105.6	12.976	105.9	92.596	105.6
		③	12.226	99.8	0.000	0.0	12.226	99.8	78.246	98.9	12.226	99.8	86.805	99.0

- ① VOLADIZO CON INERCIA ROTACIONAL Y SUELO INFINITAMENTE RIGIDO.
- ② VOLADIZO CON INERCIA ROTACIONAL E INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA.
- ③ VOLADIZO CON MASA CONCENTRADA Y SUELO INFINITAMENTE RIGIDO.

TABLA 1. ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS CARGAS DEL SISMO SEGUN EL MODELO ANALIZADO

MODELO ANALIZADO		EN LA CORONA DE LA COLUMNA	
		$\Delta$ (mm)	%
DIRECCION TRANSVERSAL	ESTATICO	20.04	100.0
	DINAMICO	①	18.49
		②	32.25
		③	18.14
DIRECCION LONGITUDINAL	ESTATICO	18.41	100.0
	DINAMICO	①	18.17
		②	31.90
		③	18.14

TABLA 2. DESPLAZAMIENTOS TOTALES

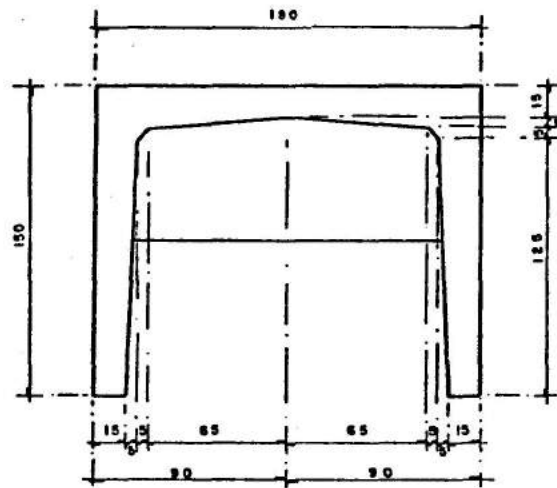


Fig 2. Trabe presforzada sección canal

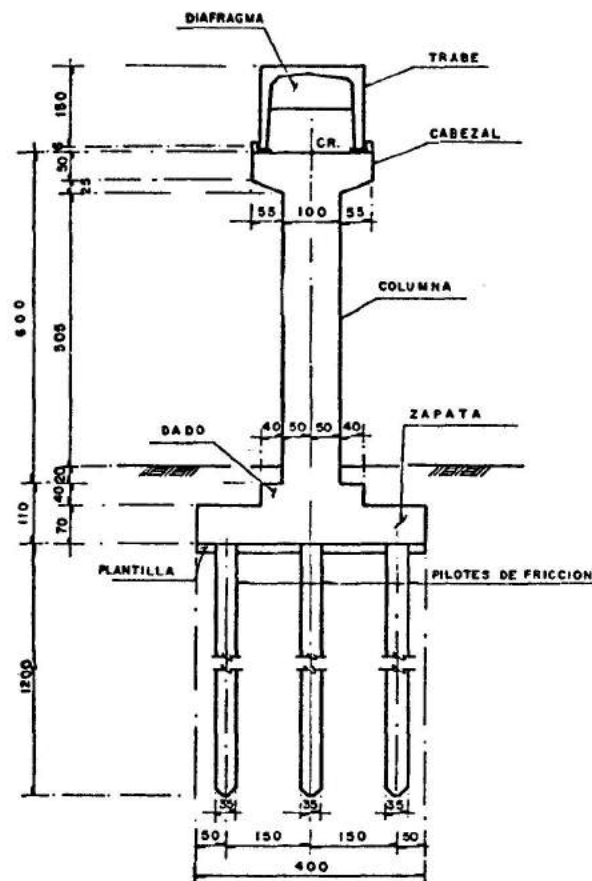


Fig 3. Elevación transversal

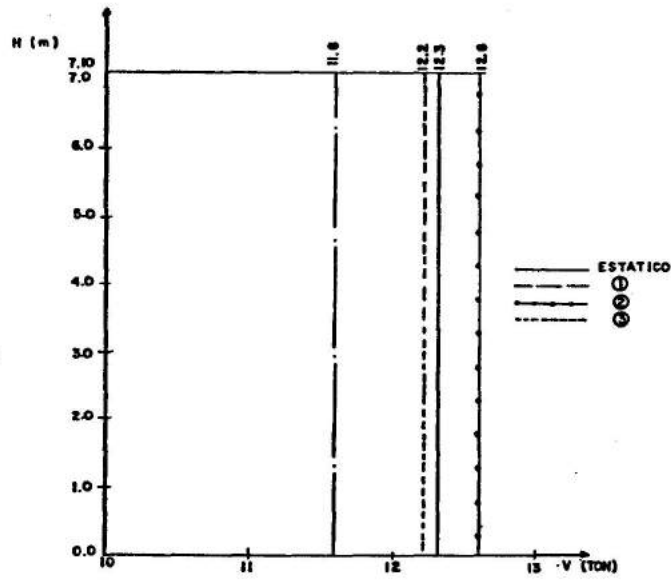


Fig 4a. Diagramas de fuerzas cortantes en dirección transversal

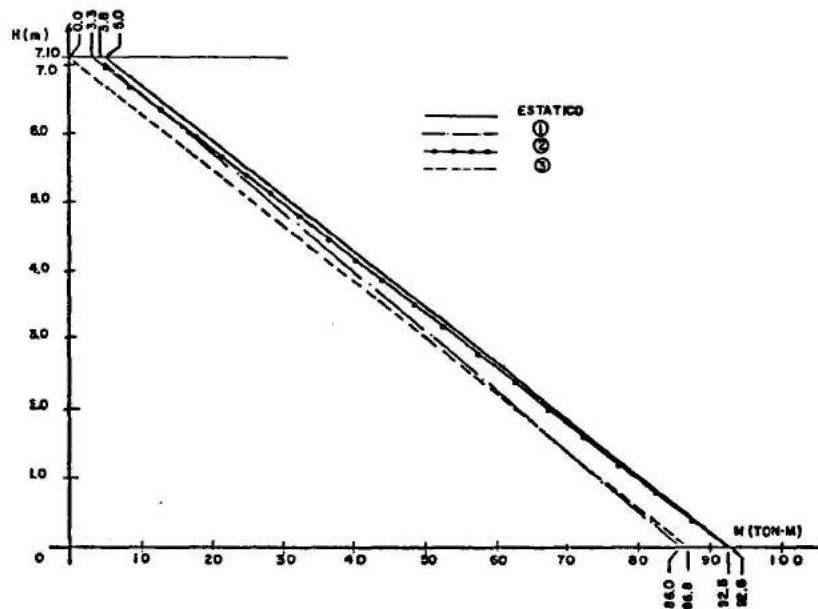


Fig 4b. Diagramas de momentos flexionantes en dirección transversal

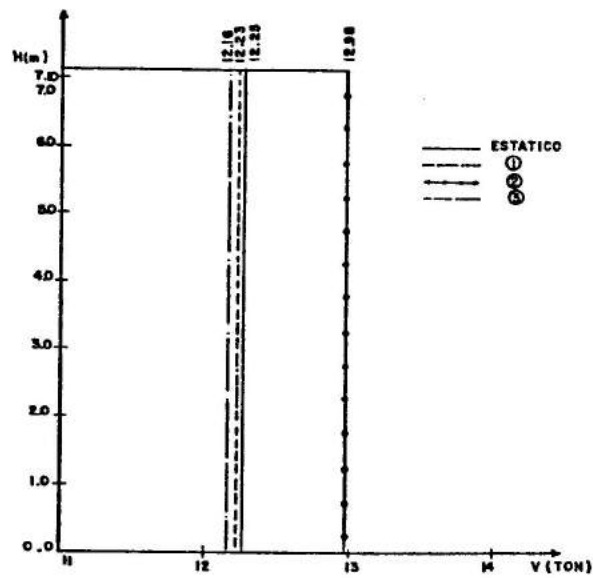


Fig 4c. Diagramas de fuerzas cortantes en dirección longitudinal

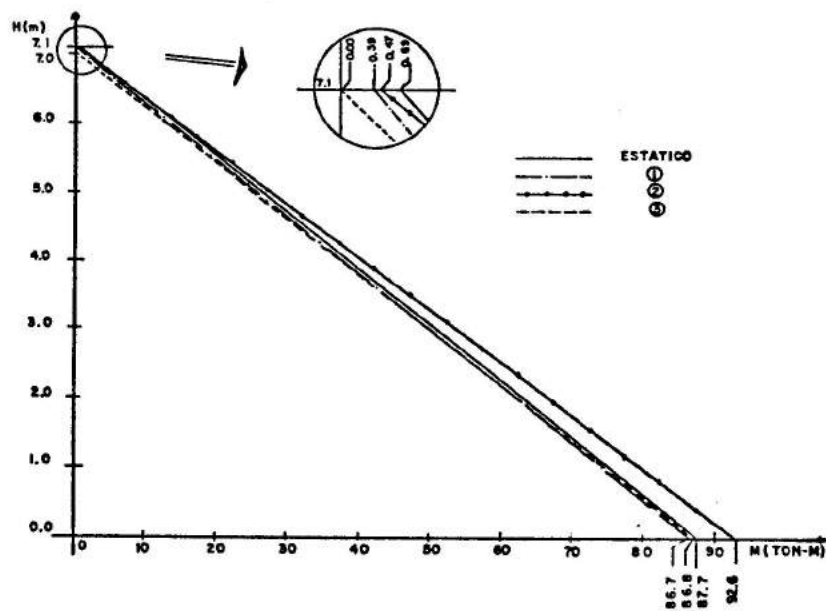
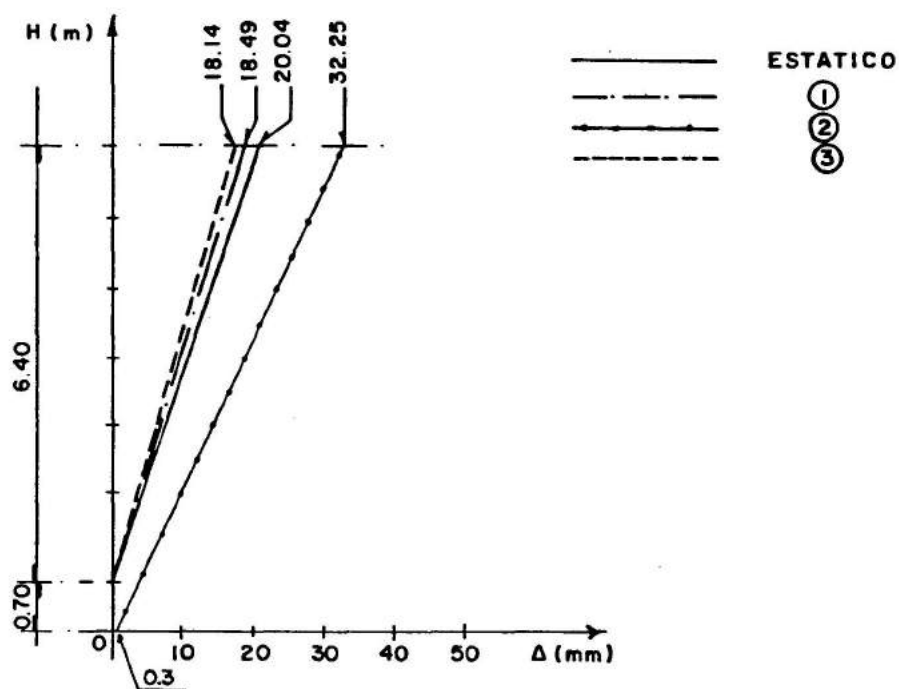
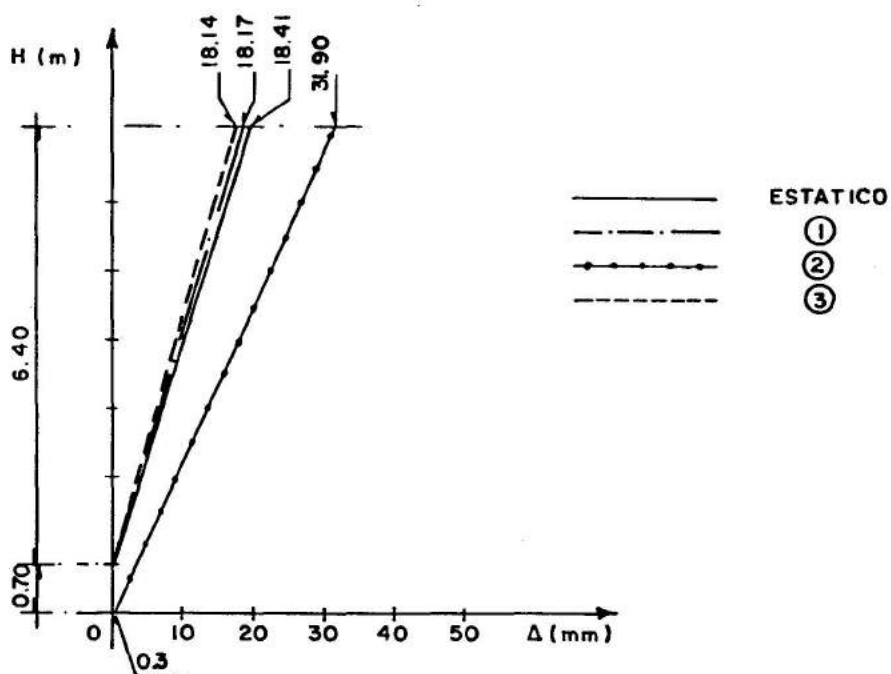


Fig 4d. Diagramas de momentos flexionantes en dirección longitudinal



a) DESPLAZAMIENTOS EN DIRECCION TRANSVERSAL



b) DESPLAZAMIENTOS EN DIRECCION LONGITUDINAL

Fig 5. Desplazamientos finales