

#### ABSTRACT

A finite element based procedure is presented to analyze masonry infilled frames under static in plane loads. The possibilities of cracking in the contact zone between the frame and the infill wall and of diagonal cracking in the wall are considered.

The procedure is used to study several one-story infilled frames, with different geometric characteristics. On the basis of the results, simple methods are proposed to compute the lateral stiffness of infilled frames and the stresses induced in the wall and in the columns of the frame, for different cracking patterns.

#### RESUMEN

Se presenta un procedimiento basado en el método de los elementos finitos, para analizar muros de mampostería confinados por marcos de concreto, sujetos a cargas estáticas en su plano. Se considera la posible aparición de grietas en la zona de contacto entre muro y marco y a lo largo de la diagonal del muro.

El procedimiento se emplea para estudiar varios muros confinados de un piso ante cargas laterales, haciendo variar las características geométricas del muro y del marco confinante. Con base en los resultados, se proponen métodos sencillos para evaluar la rigidez lateral de un conjunto muro-marco, y los esfuerzos que generan en el muro y en las columnas del marco, para diferentes estados de agrietamiento.

## 1. INTRODUCCION

En México y otros países, el aprovechamiento de muros de mampostería para resistir cargas tanto verticales como laterales suele constituir una solución conveniente desde el punto de vista económico. En zonas sísmicas, una de las formas más apropiadas de reforzar este tipo de muros, para lograr que tengan cierto comportamiento dúctil, es confinarlos con vigas y columnas o dadas y castillos (ref 2 y 20).

No obstante lo anterior, al tratar el problema de la seguridad de estructuras existentes a base de muros de mampostería confinados por marcos, se ha encontrado que los procedimientos de análisis estructural disponibles están menos desarrollados que los correspondientes a estructuras de acero y de concreto, sobre todo ante cargas laterales. Esto produce incertidumbres, adicionales a las de todo proceso de diseño, no solo en la revisión mencionada sino también en el dimensionamiento de nuevas estructuras.

Se ha observado además que en los edificios a base de muros confinados por marcos se presen-

tan, especialmente después la ocurrencia de sismos, grietas en las zonas de contacto entre muro y marco, y también otras que en general siguen la dirección de la diagonal. Como consecuencia de estos fenómenos las incertidumbres en el cálculo de rigideces y distribuciones de esfuerzos de dichas estructuras son todavía mayores.

Por otra parte, en las dos últimas décadas se han desarrollado procedimientos numéricos muy refinados de análisis estructural, en particular el método del elemento finito (ref 1) el cual con la ayuda de computadoras digitales de altas capacidad de memoria y velocidad, permite atacar problemas complejos como el descrito en párrafos anteriores, y que existen distintos tipos de grietas y concentraciones de esfuerzos, etc. Aunque en la actualidad no se justifica el uso de este tipo de métodos para el diseño o revisión de edificios en general a nivel de despachos de cálculo, es oportuno emplearlos con el fin de desarrollar procedimientos más sencillos que sí estén al alcance de quienes ejercen cotidianamente la profesión de estructurista.

El presente trabajo se emprendió con la finalidad de llevar a la práctica las ideas expuestas en el párrafo precedente. Se ha empleado el método del elemento finito para deducir expresiones sencillas que permitan estimar las rigideces, acciones internas y esfuerzos que aparecen al aplicar cargas laterales a muros de mampostería confinados por marcos, para distintos niveles de agrietamiento. Se pretende que los resultados aquí presentados sean útiles en la revisión de estructuras existentes y en el diseño de nuevas edificaciones, a base de muros de mampostería confinados por marcos.

## 2. ESTUDIOS PREVIOS

El caso de muros de mampostería confinados por marcos de concreto sujetos a cargas laterales ha sido materia de numerosas investigaciones experimentales y analíticas; en la ref 2 se incluye una revisión amplia de la literatura hasta 1976.

Desde los primeros trabajos experimentales (ref 3 a 5) se reconocieron las siguientes etapas de comportamiento en este tipo de sistema estructural: para cargas laterales bajas muro y marco trabajan esencialmente como una viga peraltada en la cual son importantes las deformaciones debidas a flexión y a cortante. Para cargas mayores, aunque apreciablemente menores que la máxima, ocurre una separación en parte de la zona

de contacto entre muro y marco confinante y el primero queda apoyado en dos esquinas opuestas del segundo (fig 1a) trabajando básicamente como una diagonal en compresión. Si el marco tiene suficiente resistencia para admitir las fuerzas axiales y cortantes que le trasmite el muro, la carga máxima se alcanza usualmente cuando el muro se agrieta en la dirección de su diagonal comprimida (fig 1b). Si la ductilidad del marco es apropiada, dicha carga se sostiene aún después del agrietamiento diagonal. Este comportamiento difiere por completo del que tienen muro y marco actuando independientemente uno del otro.

Los actuales reglamentos para diseño de construcciones (ref 6 y 7) requieren análisis elástico (ref 8), es impráctico en este paso modelar cada muro con varios elementos finitos como se hace en este trabajo (ref 2), porque se tendrían que manejar demasiados grados de libertad, lo cual no solo requiere del uso apreciable de tiempos de computadora, sino dificulta bastante la preparación de datos y la interpretación de resultados. Por ello, conviene representar un muro mediante uno o pocos elementos estructurales cuyas características sean familiares a los ingenieros estructurales: Varios autores (ref 4, 9 y 10), habiendo advertido la separación entre muro y marco confinante, han propuesto diagonales equivalentes para determinar la rigidez lateral de dichos sistemas (fig 3), basándose en estudios analí

ticos con hipótesis sencillas sobre las distribuciones de esfuerzos, o ensayos en especímenes a escala. Posteriormente se han efectuado estudios paramétricos, empleando el método del elemento finito para atacar el problema de análisis elástico de forma más realista, considerando la separación entre muro y marco en zonas donde los esfuerzos son de tensión (ref 11), y deslizamiento en donde, existiendo esfuerzos de compresión, los esfuerzos cortantes exceden cierta resistencia a fricción (ref 12 y 13). Como resultados finales se proponen, para su uso en la práctica, coeficientes de flexibilidad (ref 11) o puntales diagonales equivalentes (ref 12).

Examinando distintos métodos para el análisis elástico de muros homogéneos con una hilera central de huecos, MacLeod (ref 14) y Braga (ref 15) encontraron que se obtienen resultados bastante precisos considerando los muros como columnas, pero tomando en cuenta las deformaciones por cortante, y suponiendo que las zonas de las vigas que se encuentran dentro de los muros son infinitamente rígidas a flexión (fig 4). Este método, denominado de la columna ancha, tiene la ventaja de que puede ser fácilmente incorporado en los procedimientos para analizar edificios a base de marcos (ref 16), e inclusive ha servido de base para desarrollar métodos simplificados de análisis (ref 17).

Para verificar la aplicabilidad de este método cuando los muros son de mampostería, se analizó

en este trabajo el conjunto muro-marco mostrado en la (fig 5) con elementos finitos (solución que puede suponerse exacta) y con el método citado. Se aprecia en la figura que los errores en desplazamientos son menores que dos por ciento.

Empleando técnicas de subestructuración se ha desarrollado recientemente un grupo de elementos de 12 grados de libertad para representar a los muros diafragma (ref 13); aunque el problema numérico se reduce bastante comparando con la representación de un muro con varios elementos finitos, sigue siendo alto el número de grados de libertad, puesto que al añadir algunos correspondientes al marco sería 24 en total. Por ello es aún atractivo el uso de diagonales equivalentes y de columnas anchas; en el primer caso el número de grados de libertad se mantiene igual, y en el segundo se reduce, con respecto al de marco sin muro. También debe considerarse que no se justifica un análisis elástico refinado cuando se tienen incertidumbres en las propiedades mecánicas y geométricas de los elementos, y en la relación de este análisis con el comportamiento inelástico de la estructura, que ocurrirá ante sismos severos.

### 3. METODO DE ANALISIS

Como ya se ha mencionado, en este trabajo se emplea el método del elemento finito para tratar en forma refinada el problema de muros de mampostería con muros confinantes, sujetos a cargas

en su plano.

Básicamente, la formulación del método citado en términos de desplazamientos consiste en dividir la estructura en cierto número de subregiones, denominadas elementos finitos, dentro de las cuales se prescribe la forma en que varían los desplazamientos, en función de los valores correspondientes a algunos puntos en la frontera de los elementos, llamados nudos. Con base en la relación entre esfuerzos y deformaciones, que está dada usualmente por la ley de Hooke, en la variación adoptada para los desplazamientos y sabiendo que las deformaciones son derivadas de los desplazamientos, se puede determinar la matriz de rigideces de cada elemento, como se describe en detalle en la ref 1.

La matriz de rigideces,  $\underline{K}$ , de la estructura completa se obtiene sumando en el lugar que les corresponde los aportes de las matrices de rigideces de cada elemento finito. Los desplazamientos,  $\underline{U}$ , de los nudos se calculan resolviendo el sistema de ecuaciones lineales.

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{P}$$

donde  $\underline{P}$  son las cargas aplicadas en los nudos.

Como las cargas y desplazamientos de interés están ubicados en el plano del muro, es aceptable considerar que se trata de un problema plano de esfuerzos, lo cual implica que se

acepta que los esfuerzos en la dirección perpendicular al muro son nulos. La forma rectangular de un tablero muro-marco confinante hace apropiado el empleo de elementos rectangulares; se usan aquí los conocidos como rectángulos lineales, cuya matriz de rigideces se deduce y se da explícitamente en la ref 19

Para representar la posible grieta entre muro y marco se adoptó un procedimiento consistente en los siguientes pasos:

- a) Se determinan los desplazamientos que las cargas producen en el conjunto muro-marco.
- b) Se calculan las fuerzas normal y cortante en cada nudo de la frontera entre marco y muro confinante, a partir de las fuerzas en los elementos correspondientes (fig 6c).
  - b.1 Si en un nudo la fuerza es de tensión, este se desdobra, es decir se considera como dos nudos separados (ver fig 6a).
  - b.2 Si la fuerza normal citada es de compresión se revisa si hay deslizamiento de un nudo sobre el otro, esto es, si la fuerza cortante actuante es mayor que la resistente, en cuyo caso se considera también que el nudo se convierte en dos diferentes, pero se obliga a que los desplazamientos perpendiculares a la zona de contacto sean iguales (fig 6b).

- c) Se verifica si son compatibles los desplazamientos de nudos previamente separados, o sea, si las redistribuciones de esfuerzos debidas a la separación de una zona no ha dado lugar a que se cierren nudos de otra. Esta verificación consiste en revisar si no hay nudos traslapados, de ser este el caso dichos nudos se vuelven a juntar, esto es, se los considera como uno solo otra vez.
- d) Si no hay separaciones, deslizamientos, o reuniones de nudos, el proceso termina. En caso contrario se regresa al paso a.

Con la finalidad de que en la etapa de comportamiento elástico el procedimiento propuesto fuese lineal, y por tanto la configuración de agrietamiento en la zona de contacto resultará independiente del nivel de cargas, se despreciaron la resistencia a tensión y los esfuerzos de cohesión en dicha zona, lo cual equivale a aceptar que allí la resistencia a cortante está dada por el producto del coeficiente de fricción,  $\mu$ , por el esfuerzo normal. Para  $\mu$  se escogió el valor 0.7, que corresponde aproximadamente a la mayoría de las mamposterías que se construyen en México, excluyendo aquellas de tabiques lisos (ref 21)

El agrietamiento diagonal se representó de manera diferente. Se ha comprobado por comparación con resultados experimentales que una buena simulación analítica de grietas en la mampostería, tanto cuando se deben a flexión como si se producen por cortante, consiste en suponer que los elementos de la región agrietada resisten solamente esfuerzos normales en la dirección paralela a la grieta; esto equivale a considerar a dichos elementos como altamente anisótropos, con módulo de cortante nulo, y con módulo de elasticidad  $E$  en la dirección resistente y nulo en la dirección perpendicular (ref 22). Esta representación es válida en distintos niveles de agrietamiento y reproduce bien los deterioros de rigidez lateral de los muros.

Para poder aplicar el método de análisis descrito en los párrafos anteriores se elaboró un programa para computadora, en FORTRAN IV, que tiene la posibilidad de tener ciertos elementos previamente agrietados en una dirección prefijada, y que en forma automática lleva a cabo todos los pasos del procedimiento para revisar qué nudos de la zona de contacto entre muro y marco están separados.

#### 4. CASOS ANALIZADOS

Empleando el programa citado en el capítulo 3, se analizaron 11 tableros muro-marco como el de la fig 7, cargados lateralmente, Las mallas de elementos finitos adoptadas fueron similares a

la de la fig 2. Se mantuvieron constantes las propiedades mecánicas, siendo la relación entre los módulos de elasticidad del marco,  $E_c$ , y de la mampostería,  $E_m$ , igual a 10; como se supuso que  $G_m = E_m/2.6$ , la relación  $E_c/G_m$  vale 26. Tampoco cambiaron la altura del muro (300 cm) ni su espesor (15 cm). Las propiedades geométricas adicionales que definen los 11 casos se dan en la tabla 1; como variables más importantes se consideraron la relación de aspecto de muro, que asumió los valores 1.0, 1.5 y 2.0, y las dimensiones de la sección transversal del marco que, en cm, se hizo variar entre 15 x 15 y 40 x 40

Siguiendo el comportamiento observado experimentalmente, para cada caso se analizaron tres etapas: en la primera muro y marco están completamente ligados; en la segunda se permite agrietamiento en la zona de contacto entre muro y marco, y en la tercera se considera además una grieta en la dirección de la diagonal en compresión del muro (fig 1).

Es de interés el efecto del ancho de la zona agrietada diagonalmente, que se ha denominado  $W$ . Cambiando el número de elementos agrietados y/o el tamaño de la malla se modificó la relación  $W/\ell$  ( $\ell$  es la longitud de la diagonal) y se encontró que la misma influye muy poco en los resultados que interesan para este trabajo: por ejemplo, como se aprecia en la fig 2, la rigidez lateral varía solo 3 por ciento cuando

$W/\ell$  cambia de 0.115 a 0.278; los cambios en los esfuerzos de interés no excedieron del 5 por ciento.

En el capítulo 3 se describió el proceso de separación y deslizamiento de nudos y marco; cabe advertir que se encontró que no era convergente en algunos casos analizados en este capítulo; sin embargo, como en estos casos la divergencia proviene de que uno o pocos nudos se unen y se separan, se analizaron los marcos con esos nudos separados y unidos y, como no se encontraron diferencias importantes en las cantidades de interés, se aceptaron como buenos los valores obtenidos en uno u otro caso.

Los resultados de los análisis en que se considera la separación entre muro y marco dependen obviamente del tipo de carga; durante un temblor el estado de carga sobre un muro es una combinación variable de cargas axiales y cortantes y momentos flexionantes. Stetson (ref 11) comparó las flexibilidad que se obtienen al aplicar un par, mediante dos fuerzas verticales iguales y opuestas en los extremos superiores de las columnas, con las correspondientes a una carga lateral como la empleada en este trabajo, y encontró que eran similares, debido a que la mayor parte de la disminución de la rigidez de sistema muro-marco se debe al agrietamiento en las partes inferior e izquierda de la zona de contacto, el cual se presentó en forma parecida en ambos casos (ref 11). Las cargas verticales,

que debido a la diferencia de módulos de elasticidad se transmiten en su mayor parte a través de las columnas, evitan a veces las separaciones verticales entre muro y marco, pero, ante cargas laterales altas, se producen en su lugar deslizamientos, que provocan un deterioro de la rigidez lateral muy similar al debido a las separaciones. Por lo anterior se juzgó adecuado usar en este estudio una carga lateral en la parte superior del muro.

Para darles más generalidad, los resultados se han expresado en forma adimensional. Cabe notar que en cualquier caso los valores adimensionales son estrictamente los mismos que en otro en el cual se hayan multiplicado por una constante las dos dimensiones en el plano del muro, o las tres dimensiones, sin variar las demás propiedades; y también cuando los módulos de elasticidad  $E_m$  y  $E_c$  de muro y marco y sus respectivos espesores  $t_m$  y  $t_c$  se cambian manteniendo  $E_c t_c / E_m t_m$  constante. Dado que los resultados indican que el sistema muro-marco se comporta esencialmente como una viga I, en la cual las columnas constituyen los patines, resistiendo el momento de volteo mediante cargas axiales, y el muro es el alma, trabajando a cortante, se ha empleado como parámetro principal el cociente  $\lambda = \frac{E_c A_c}{G A_m}$ , que contiene a las propiedades físicas y geométricas más relevantes. Examinando algunos resultados de Stetson (ref 11), quien analizó varios muros cuadrados, se encontró que en los casos en que el parámetro

parámetro citado es el mismo, los resultados son muy similares, a pesar de tener distintas dimensiones y secciones transversales, y diferentes módulos de elasticidad.

## 5. RESULTADOS

### 5.1 Tableros cuadrados

Los resultados para tableros cuadrados se presentan gráficamente en las fig 1 y 8 a 11; en la primera se muestran las configuraciones típicas de grietas entre muro y marco; cuando no existe grieta diagonal se abre casi toda la parte inferior izquierda de la zona de contacto debido a los esfuerzos de tensión; en la parte superior derecha la separación es menos extendida. Cuando ocurre una grieta diagonal se cierra parte de la grieta entre muro y marco, sobre todo en la parte inferior, y hay deslizamiento del primero sobre el segundo en lugar de separación entre ambos. Esto se debe a que la grieta diagonal desliga el triángulo superior derecho del muro del inferior izquierdo, y permite que ambos se apoyen más en el marco. Analizando las distribuciones de esfuerzos correspondientes a distintos niveles de agrietamiento se comprenden las características esenciales del trabajo combinado muro-marco confinante ante cargas laterales.

### 5.1.1 Esfuerzos

En la fig 8 se han dibujado los valores de los esfuerzos cortantes y principales de tensión y compresión máximos en la sección central del muro, en función de un esfuerzo nominal definido como el cociente  $V/A_m$ , donde  $V$  es la fuerza cortante y  $A_m$  el área de la sección transversal del muro. Se aprecia que la grieta entre muro y marco hace crecer sensiblemente los esfuerzos mencionados y que la grieta diagonal aumenta aún más los esfuerzos de compresión (los esfuerzos de tensión y cortantes son nulos de acuerdo con el modelo adoptado para representar esta grieta). Los valores máximos de los esfuerzos cortantes son en general mayores que  $V/A_m$ . Para un estado dado de agrietamiento todos los esfuerzos en el centro del muro disminuyen al crecer el área del marco; la explicación es que el marco toma más fuerza cortante mientras mayor sea su rigidez con respecto a la del muro; esto se verificó examinando los esfuerzos en las columnas.

Lo anterior sugiere que puede obtenerse una mejor estimación de los esfuerzos cortantes considerando también las áreas de la columna (sin transformarlas) al definir el esfuerzo nominal, es decir, expresándolos en función de  $\tau^* = V/(A_m + 2A_c)$ ; esto se hizo en la fig 8 para los esfuerzos correspondientes a agrietamiento entre muro y marco, con y sin grieta diagonal,

y se concluye que, cuando no hay grieta diagonal, los esfuerzos en el centro del muro se pueden calcular, prácticamente sin cometer errores, con las expresiones.

$$\begin{aligned}\tau &= 1.6 \tau^* \text{ (esfuerzo cortante)} \\ \sigma_I &= 0.7 \tau^* \text{ (esfuerzo principal de tensión)} \\ \sigma_{II} &= 2.5 \tau^* \text{ (esfuerzo principal de compresión)}\end{aligned}\tag{5.1}$$

Si existe grieta diagonal los esfuerzos de compresión se pueden estimar, en forma conservadora cuando  $\lambda$  es grande, como

$$\sigma_{II} = 4.5 \tau^* \tag{5.2}$$

En la fig 9 se presentan los esfuerzos cortantes y normales en las columnas del marco; para dimensionalizarlos se han empleado las cantidades  $\tau'$  y  $\sigma'$  definidas en la fig 7. Si una columna resistiera toda la fuerza cortante tendría un esfuerzo promedio igual a  $\tau'$ . Se aprecia que cuando muro y marco están ligados completamente los esfuerzos cortantes son relativamente pequeños y van creciendo al aumentar  $\lambda$ , esto es, al crecer la rigidez de las columnas con respecto a la del marco. Cuando ocurre el agrietamiento entre muro y marco los esfuerzos cortantes alcanzan sus valores máximos y una de las columnas llega a tomar más de la mitad de la fuerza cortante total, a causa de la grieta que existe en la parte inferior de la unión entre muro

y marco. El agrietamiento diagonal hace que parte del muro se vuelva a apoyar en el marco y que se reduzcan las fuerzas cortantes en las columnas.

Los esfuerzos de tensión  $\sigma_t$  y compresión  $\sigma_c$  en las columnas serían iguales a  $\sigma'$  si el momento de volteo fuese resistido exclusivamente por el par de fuerzas axiales que aparecen en ellas. Inicialmente  $\sigma_t$  y  $\sigma_c$  crecen junto con  $\lambda$ , porque aumenta la rigidez axial de las columnas y toman una mayor parte del momento de volteo. Cuando  $\lambda$  crece más, los esfuerzos en cuestión se mantienen más o menos constantes o disminuyen, debido a que las columnas van resistiendo por flexión parte del momento de volteo, esto es más notorio si el muro está agrietado diagonalmente porque aumentan las deformaciones laterales, y por tanto los momentos en las columnas. Existen casos en que  $\sigma_t$  es mayor que  $\sigma'$ , lo que se explica porque el brazo del par es menor que la distancia entre columnas empleando para definir  $\sigma'$ .

De acuerdo con la fig 9 es aceptablemente conservador estimar los esfuerzos máximos en las columnas del marco como:

$$\tau_c = 0.60 \tau' = 0.6 V/A_c \quad 5.3$$

$$\sigma_{tm} = 1.05 \sigma' = \frac{Vh'}{(0.95 \ell) A_c}$$

$$\sigma_c = 0.95 \sigma' = \frac{0.95 Vh'}{\ell A_c}$$

### 5.1.2 Rigidez lateral

Cuando no hay grietas la rigidez lateral  $k$  del sistema se puede calcular como si fuese una columna ancha, es decir, con la expresión

$$\frac{1}{k} = \frac{\ell^3}{3E_c I} + \frac{\ell}{G_m A_t} \quad 5.4$$

donde el momento de inercia proviene exclusivamente de la rigidez axial de las columnas ( $I = A_c \ell^2/2$ ) y el área de cortante es la suma de las áreas de muro y columnas ( $A_t = A_m + 2A_c$ , sin transformar  $A_c$ ). Se cometen con esta expresión errores comprendidos entre 2 y 5 por ciento con respecto a los valores obtenidos con elementos finitos.

Para los casos en que existe agrietamiento entre muro y marco, con y sin grieta diagonal, se propone conservar todas las propiedades geométricas y físicas del marco y reemplazar el muro por una diagonal con módulo de elasticidad  $E_m = 2.6 G_m$ , de ancho tal que el sistema marco-diagonal tenga la rigidez lateral obtenida con

elementos finitos. Como segunda alternativa se sugiere considerar que muro y marco siguen constituyendo, después del agrietamiento una columna ancha, de manera que para valuar la rigidez se sigue utilizando la expresión 5.4, pero en vez de  $A_t$  se considera un valor menor, para coincidir con los resultados del método de elementos finitos.

En la fig 10 se presentan los resultados correspondientes a agrietamiento entre muro y marco que permiten calcular la rigidez denominada  $k_0$ ; se observa que el área de cortante correspondiente  $A_0$  crece al aumentar  $\lambda$ , debido a que la rigidez a cortante de las columnas del marco es cada vez más importante; por esta razón  $A_0$  varía más lentamente con  $\lambda$  cuando se expresa como fracción del área total de la sección transversal  $A_t$  que cuando se da como fracción del área del muro  $A_m$ .

También el ancho de la diagonal equivalente  $w_0$ , que en la fig 10 se da como fracción de la altura  $h$  del muro, crece junto con  $\lambda$ , lo que parece deberse a que la diagonal no restringe los giros de las esquinas del marco como lo hace el muro; esta restricción es más importante mientras mayores son las dimensiones de la sección transversal del marco.

Dado que en la forma en que se han expresado  $A_0$  y  $w_0$  varían de manera casi lineal con  $\lambda$ , se incluyen en la fig 10 las rectas definidas por:

$$\frac{A_0}{A_t} = 0.25 + 0.023 \lambda \quad 5.5$$

$$\frac{w_0}{h} = 0.35 + 0.022 \lambda \quad 5.6$$

Ambas ecuaciones producen errores menores de 5 por ciento con respecto a los valores calculados para los casos estudiados.

Son también de interés los casos en que existe agrietamiento diagonal, además de grietas entre muro y marco, porque permiten calcular la rigidez  $k_1$ , que incluye el deterioro correspondiente a la grieta en cuestión. Los resultados para esos casos se presentan en la fig 11; se percibe que tanto el área de cortante equivalente  $A_1$ , como el ancho de la diagonal equivalente  $w_1$ , varían más suavemente con  $\lambda$  que  $A_0$  y  $w_0$ , correspondientes a cuando no hay grieta diagonal fig 10. Como era de esperarse  $A_1$  y  $w_1$  son menores que  $A_0$  y  $w_0$ , respectivamente, debido al mayor deterioro del muro.

También  $A_1$  y  $w_1$  cambian casi linealmente con  $\lambda$ , y se pueden calcular mediante las siguientes expresiones, que están representadas en la fig 11:

$$\frac{A_1}{A_t} = 0.15 + 0.019 \lambda \quad 5.7$$

$$\frac{w_1}{h} = 0.22 + 0.0085 \lambda \quad 5.8$$

Con la ec 5.7 se cometen errores menores que 5 por ciento en el intervalo de valores de  $\lambda$  estudiado; lo mismo puede decirse de la ec 5.8 salvo para valores bajos de  $\lambda$  en los que se yerra hasta en 10 por ciento.

Empleando resultados del método de elementos finitos se calcularon las relaciones  $k_1/k_0$  para los cuatro tableros cuadrados analizados, y se obtuvieron los valores 0.65, 0.64, 0.69 y 0.70; ninguno de ellos difiere en más de 4 por ciento de 0.67, que según los datos experimentales, corresponde a muros diafragma de piezas macizas (ref 20).

## 5.2 Tableros con relación de aspecto distinta de 1.

Para tableros con relaciones de aspecto iguales a 1.5 y 2.0 fig 7 se obtuvo la misma clase de resultados que para tableros cuadrados, los que se presentan, en forma adimensional, en las fig 12 a 15. Se ha procurado reproducir estos resultados con expresiones sencillas en las que aparezca como parámetro adicional la relación de aspecto  $\zeta$ , con el propósito de poderlos interpolar y extrapolar a casos no estudiados.

### 5.2.1 Esfuerzos

En la fig 12 se presentan los esfuerzos cortantes

$\tau$  y principales,  $\sigma_I$  (tensión) y  $\sigma_{II}$  (compresión), en el centro del muro cuando solo existe agrietamiento entre muro y marco. Se percibe que la variación de ambos con  $\lambda$  es pequeña y que es adecuado estimarlos independientemente del valor de este parámetro.  $\tau$  se puede calcular como  $1.6 \tau^*$ , tanto cuando  $\zeta$  vale 1.5 como 2.0; esta estimación es la misma que se propuso para  $\zeta = 1$  (ec 5.1).

Para  $\sigma_I$  se puede emplear la expresión

$$\sigma_I = (0.9 - 0.2\zeta) \tau^* \quad 5.9$$

que si depende de  $\zeta$ ; de acuerdo con ella,  $\sigma_I/\tau^*$  vale 0.6 para  $\zeta = 1.5$  y 0.5 para  $\zeta = 2$ ; solo para valores altos de  $\lambda$  se cometen errores perceptibles, del lado de la seguridad. La ec 5.9 incluye como caso particular a los tableros cuadrados, puesto que para  $\zeta = 1$  coincide con la ec 5.1.

Para los esfuerzos de compresión, cuando existe agrietamiento diagonal es aplicable la ec 5.2, aunque para valores altos de  $\zeta$  es conservadora. Nótese nuevamente la independencia de  $\zeta$ .

Los esfuerzos en las columnas del marco confinante se presentan en la fig 13. Los esfuerzos cortantes máximos se pueden estimar, de manera conservadora para valores bajos de  $\lambda$ , como  $\tau_c = 0.55 \tau'$  para  $\zeta = 2.0$ . Recordando que para

tableros cuadrados  $\tau_c = 0.6 \tau'$  (ec 5.3) parece adecuado, por sencillez, emplear esta última aproximación independientemente de  $\zeta$ .

Para calcular los esfuerzos máximos axiales,  $\sigma_t$  de tensión y  $\sigma_c$  de compresión, se pueden adoptar las expresiones:

$$\sigma_t = \frac{Vh'}{z \lambda A_c} \quad 5.10$$

$$\sigma_c = z \frac{V h'}{\lambda A_c}$$

con  $z = 1.15 - 0.2 \zeta \leq 1.0$

En la variación de  $z$  con  $\zeta$  se refleja la disminución del brazo del par interno al crecer la relación de aspecto. También estas expresiones coinciden con las respuestas para tableros cuadrados (ec 5.3).

### 5.2.2 Rigidez lateral

La expresión 5.4 proporciona también la rigidez lateral para  $\zeta = 1.5$  y  $2.0$ , si no hay grietas. Los errores son menores que 4 por ciento.

Para agrietamiento entre muro y marco solamente, se muestran en la fig 14 las áreas de cortante,  $A_0$ , y ancho de diagonales,  $w_0$ , equivalentes. Se observa que, en la forma adimensional en que se han presentado, ambas cantidades varían en forma sensiblemente lineal con el parámetro  $\lambda$ ; por ello  $A_0$  se puede calcular aproximadamente con:

$$\frac{A_0}{A_t} = 0.37 - 0.12 \zeta + 0.023 \lambda \quad 5.11$$

Los errores máximos que se cometen no exceden de 5 por ciento.

Para  $w_0$  se puede emplear la ec 5.6, propuesta para  $\zeta = 1.5$  en que para valores de  $\lambda$  menores que 1.5 se yerra hasta en 10 por ciento. Procede notar que aunque  $w_0$  tenga un mismo valor para  $\lambda$  y  $h$  dados, independientemente de  $\zeta$ , la diagonal equivalente si es más rígida lateralmente cuando  $\zeta$  aumenta, puesto que está más inclinada horizontalmente.

Los resultados para los casos en que existen grietas entre muro y marco y en la diagonal del muro se muestran en la fig 15. Otra vez, se percibe que tanto el área de cortante  $A_1$  como el ancho de la diagonal  $w_1$  equivalente, tienen variación prácticamente lineal con  $\lambda$ ; para  $A_1$  se propone:

$$\frac{A_1}{A_t} = 0.20 - 0.05 \zeta + 0.019 \lambda \quad 5.12$$

Esta ecuación coincide con la ec. 5.7 cuando  $\zeta = 1.0$ ; los errores que implica su uso son menores que 5 por ciento.

Se puede calcular  $w_1$  con:

$$\frac{w_1}{h} = 0.19 + 0.03 \zeta + (0.0035 + 0.005 \zeta) \lambda \quad 5.13$$

expresión que también coincide en la propuesta

para tableros cuadrados (ec 5.8) si se considera  $\zeta = 1$ .

Lo pequeño de los coeficientes de  $\zeta$  y  $\lambda$  sugiere que un valor constante de  $w_1/h$  podría constituir una aproximación razonable. Si se usa  $w/h = 0.28$  se obtienen para la rigidez lateral resultados que difieren en menos de 10 por ciento de los calculados con elementos finitos, salvo cuando  $\zeta = 1.0$  y  $\lambda = 0.90$ , y  $\zeta = 2.0$  y  $\lambda = 4.95$ , en que los errores son 23 y 16 por ciento respectivamente.

Todas las expresiones dadas por obtener áreas de cortante cuando existe agrietamiento indican que crecen con  $\lambda$ ; se podrían obtener menos variaciones si se diera más peso al área de las columnas en  $A_t$  (definida por  $2 A_c + A_m$ ), ya que la rigidez lateral proveniente de las columnas es más importante en este estado que cuando hay agrietamiento, caso en el cual la variación con  $\lambda$  es imperceptible si se considera que el área de cortante es igual a  $A_t$ , para cualquier valor de  $\zeta$ .

## 6. CONCLUSIONES

Se han desarrollado expresiones sencillas para estimar esfuerzos y rigideces de muros de mampostería confinados por marcos de concreto y sujetos a carga lateral, para distintos niveles de agrietamiento. De los resultados se desprende que los momentos flexionantes son resistidos

principalmente por las columnas, que trabajan como patines de una viga I, y las fuerzas cortantes por el muro y las columnas, siendo la participación de estas últimas más importante cuando aumenta el agrietamiento.

Las variables que tienen más influencia en el trabajo combinado de muro y marco se pueden tomar en cuenta mediante los parámetros adimensionales  $\lambda$ , que mide las rigideces relativas entre muro y marco, y  $\zeta$ , relación de aspecto del sistema (fig 7). Aunque se han cubierto intervalos limitados de estos dos parámetros la mayoría de los casos prácticos caen dentro de ellos y es razonable extrapolar limitadamente ciertos resultados porque, en la mayoría de los casos varían de manera sensiblemente lineal; así, se considera que las expresiones aquí deducidas son válidas para  $0.75 \leq \zeta \leq 2.5$  y para  $0.9 \leq \lambda \leq 11$ , y difícilmente habrá casos prácticos que caigan fuera de estos límites.

Los resultados obtenidos son válidos no solo para muros de mampostería y marcos de concreto, sino para sistemas muro-marco de otros materiales, por ejemplo muros de concreto confinados por marcos de acero. Se piensa que serán de utilidad en el diseño de nuevas estructuras y en la revisión de la seguridad de estructuras existentes.

Para calcular los esfuerzos máximos que se presentan en el muro, durante las distintas etapas

de comportamiento del conjunto muro-marco confinante, se pueden emplear las ecuaciones 5.1, 5.2 y 5.9. Las estimaciones de esfuerzos máximos en las columnas del marco están dadas por las expresiones 5.3 y 5.10; en esta última se puede emplear  $M$  (momento flexionante) en lugar de  $Vh'$ .

Para determinar la rigidez lateral  $k$  cuando no existen grietas se propone la expresión

$$\frac{1}{k} = \frac{\ell^3}{3E_c I} + \frac{\ell}{G_m A_t} \quad (6.1)$$

donde el momento de inercia,  $I$ , proviene de la rigidez axial de las columnas ( $I = A_c \ell^2/2$  en la fig 7) y el área de la suma de las áreas de la columna y el la del muro, sin transformarla ( $A_t = 2 A_c + A_m$  en la fig 7);  $E_c$  es módulo de elasticidad de las columnas y  $G_m$ , el módulo de cortante del muro. Los errores involucrados en el uso de esta expresión son menores que 5 por ciento.

Cuando se desea considerar la posible separación entre muro y marco confinante la rigidez lateral se puede valorar reemplazando el muro por una diagonal equivalente con módulo de elasticidad

$E_m = 2.6 G_m$  y de ancho  $w_0$  dado por

$$w_0 = (0.35 + 0.022\lambda) h \quad (6.2)$$

en que  $h$  es la altura del muro y  $\lambda = E_c A_c / G_m A_m$  (ver fig 7).

En este caso también puede emplearse la expresi-

ón 6.1, pero en vez de  $A_t$  debe usarse el valor reducido.

$$A = (0.37 - 0.12\zeta + 0.023\lambda) \quad (6.3)$$

aquí  $\zeta$  es la relación de aspecto del muro (ver fig 7).

En los casos en que además de la separación entre muro y marco se quiera considerar una grieta diagonal en el muro, se puede emplear una diagonal equivalente de ancho

$$w_1 = \{0.19 + 0.03 \zeta + (0.0035 + 0.005\zeta)\lambda\} h \quad (6.4)$$

También se puede optar por el uso de una área de cortante reducida  $A_1$  que se usaría en lugar de  $A_t$  en la expresión 6.1.  $A_1$  está dado por

$$A = (0.20 - 0.05\zeta + 0.019\lambda) A_t$$

La manera de tratar las diagonales equivalentes y la de incluir el efecto de deformaciones por cortante (áreas de cortante) en un problema de análisis se describe en la ref 23.

#### REFERENCIAS

1. Zienkiewicz, O C, *The Finite Element Method in Engineering Science*, Mc Graw Hill Book Co, Londres (1971)
2. Klingner, R E y Bertero, V V, "Infilled frames in earthquake-resistant construction", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California*, EERC 76-32, Berkeley (1976)

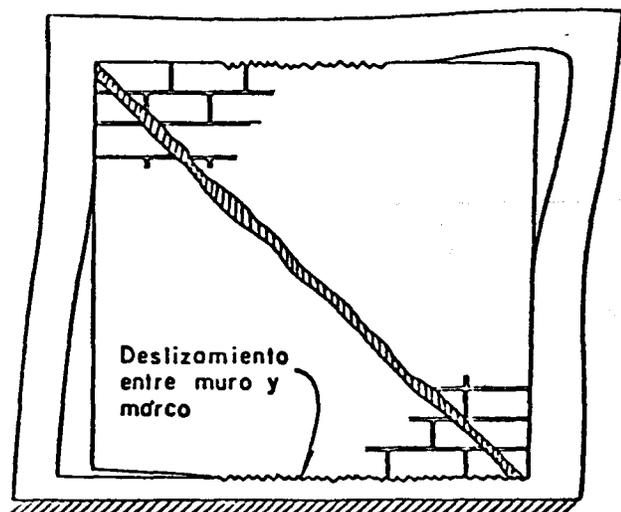
3. Benjamin, J R y Williams, H A, "The behavior of one-story brick shear walls", *Journal of the Structural Division, Procs, ASCE*, 84, ST4 (jul 1958)
4. Poliakov, S V, "On the interaction between masonry filler walls and enclosing frame when loaded in the plane of the wall", *Translations in Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Institute, San Francisco* (1960)
5. Esteva, L "Estudios teóricos y experimentales para el diseño sísmico de edificios con muros rigidizantes de mampostería", *Memorias, I Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Guadalajara* (nov 1965)
6. "Requisitos de seguridad y servicio para las estructuras", Título IV del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 400 (jul 1977)
7. Applied Technology Council, "Tentative provisions for the development of seismic regulations for buildings", *National Science Foundation*, 78, 8 Washington (1978)
8. Bathe, K J, Wilson, E L y Peterson, F E, "SAP IV: A structural Analysis program for static and dynamic response of linear systems", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 73-11, Berkeley* (1973)
9. Holmes, M "Steel frames with brickwork and concrete infilling", *Procs, Institution of Civil Engineers*, 19 (1961)
10. Stafford Smith, B, "Lateral stiffness of infilled frames", *Journal of the Structural Division, Procs, ASCE*, 88, ST 6 (dic 1972)
11. Stetson, M, "Finite element study of the elastic behavior of plane frames with filler walls", Tesis Doctoral, *Universidad de Illinois, Urbana* (jul 1971)
12. Riddintong, J R y Stafford Smith, B, "Analysis of infilled frames subjected to rocking with desing recommendations", *The Structural Engineer*, 5, 6 (jun 1977)
13. King, G J W y Paudey, P C, "The analysis of infilled frames using finite elements", *Procs, Institution of Civil Engineers, Parte 2*, 65 (dic 1978)
14. McLeod, I A, "Lateral stiffnes of shear walls with openings", publicado en *Tall Buildings* (Eds A Coull y B Stafford Smith), Pergamon Press Ltd, Londres (1967)
15. Braga, L "Comparative study of shear walls with openings by the finite element method and as a frame structure", *Procs, Regional Conference on Tall Buildings, Madrid* (sep 1973)
16. Wilson, E L y Dovey, H H, "Three dimensional analysis of building systems-TABS", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 72-8, Berkeley* (dic 1972)
17. Bazán, E, "Análisis sísmico de edificios con muros rigidizantes", *IMCYC*, 41, 91, México (mar-abr 1978)
18. Axley, J W y Bertero, V V, "Infill panels: their influence on seismic response of buildings", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, UCB/EERC 79 28, Berkeley* (1979)
19. Przemieniecki, J S, *Theory of matrix structural analysis*, Mc Graw-Hill Book Co, Inc,

Nueva York (1968)

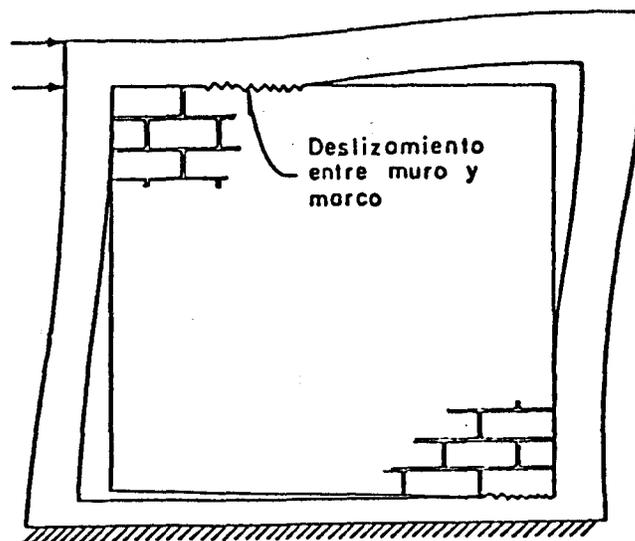
20. Meli, R, "Comportamiento sísmico de muros de mampostería", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 352, (abr 1975)
21. Meli, R y Reyes, A, "Propiedades mecánicas de la mampostería", *Ingeniería*, 41, 3, México D F (jul 1971)
22. Bazán, E, "Modelo analítico para muros de mampostería con cargas en su plano", *III Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Morelia, Mich. (mar 1982)
23. Bazán, E y Meli, E "Manual de diseño sísmico de edificios de acuerdo con el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Informe al Departamento del Distrito Federal, *Instituto de Ingeniería, UNAM* (abr 1982)

TABLA 1. PROPIEDADES DE LOS CASOS ANALIZADOS

Relación de aspecto $\zeta$	Sección del marco ( cm x cm )	$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m}$
1.0	15 x 15	1.37
	20 x 20	2.48
	30 x 30	5.78
	40 x 40	10.67
1.5	15 x 15	0.90
	20 x 20	1.61
	30 x 30	3.71
	40 x 40	6.76
2.0	20 x 20	1.20
	30 x 30	2.74
	40 x 40	4.95



b) Con grieta diagonal



a) Sin grieta diagonal

Fig 1 Configuración típica de agrietamiento entre muro y marco

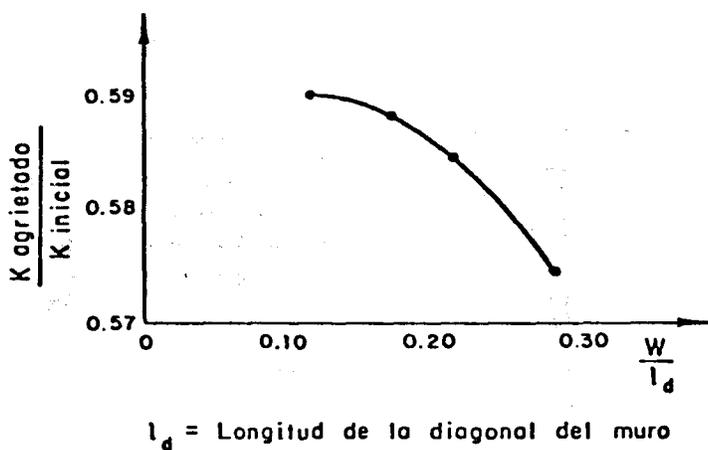
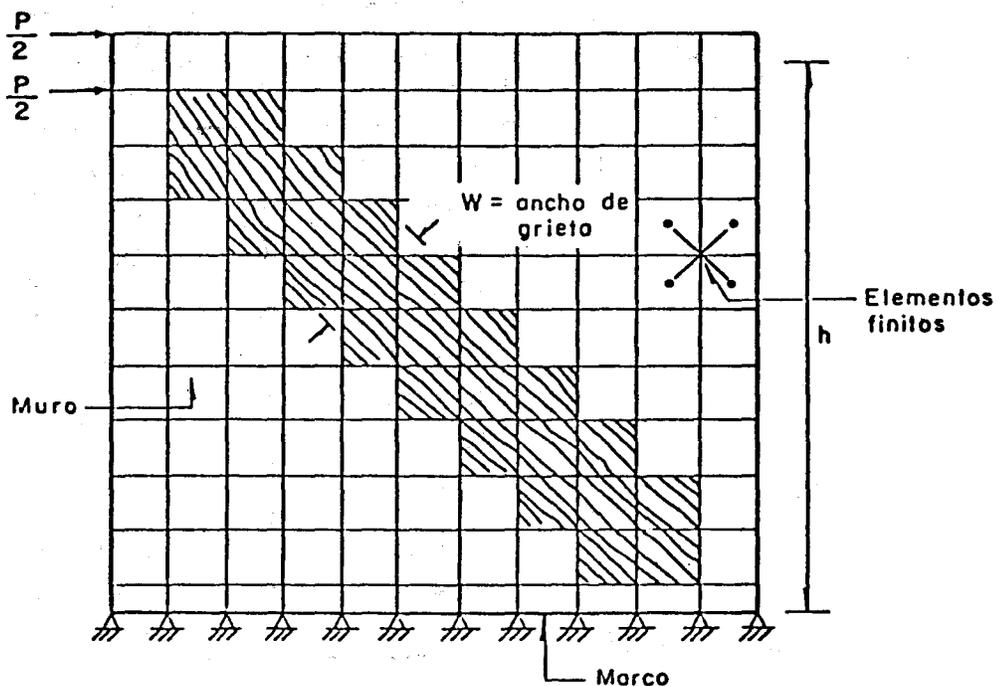


Fig 2 Efecto del ancho de una grieta diagonal en la rigidez lateral de un muro con marco confinante

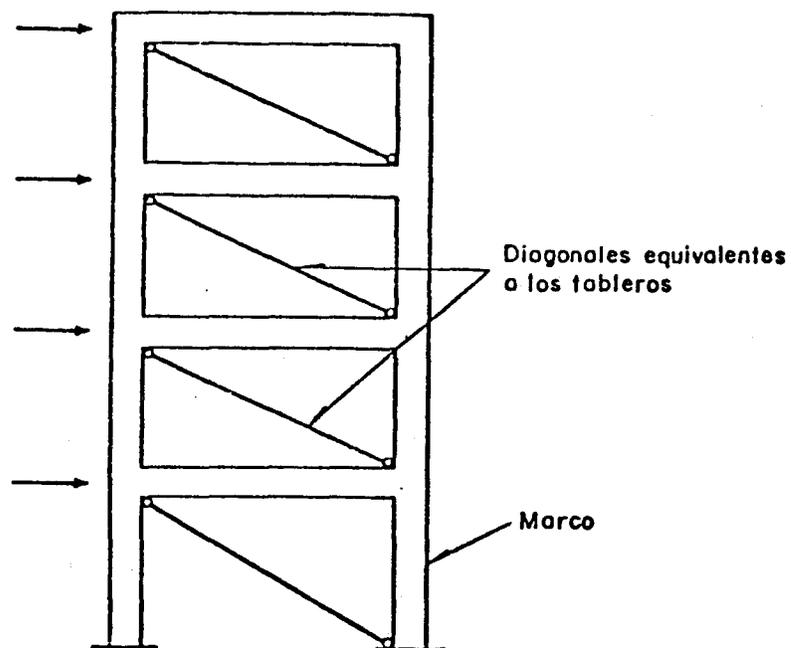


Fig 3 Diagonales en compresión equivalentes a tableros de mampostería confinados por vigas y columnas, cuando están sujetos a cargas laterales

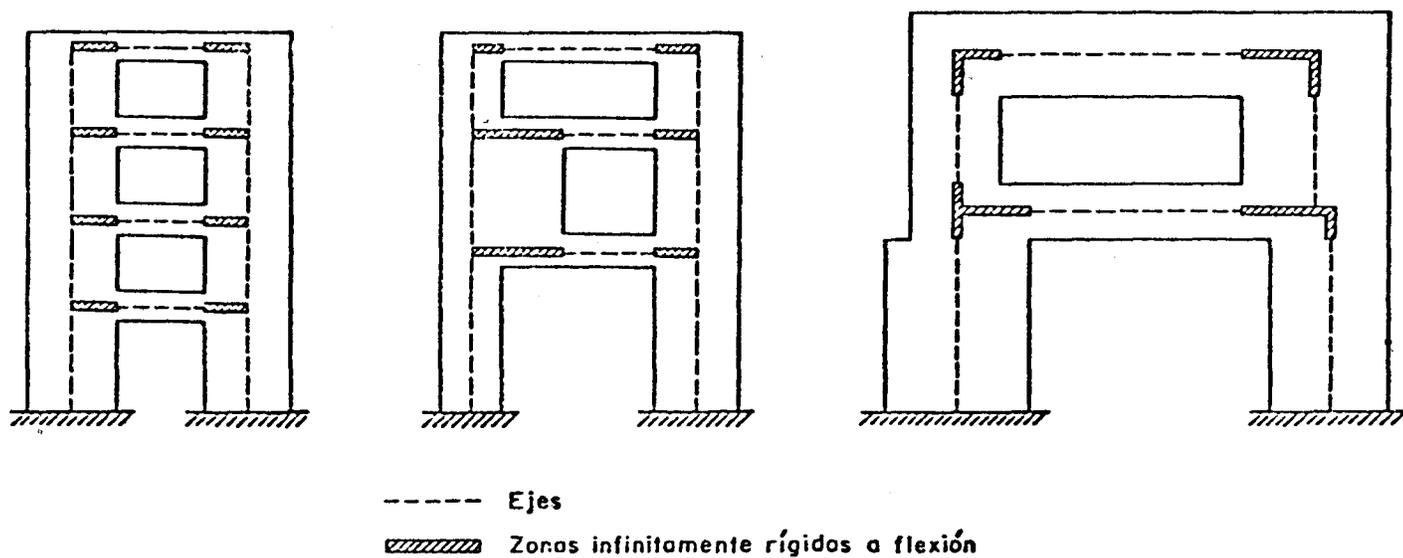


Fig 4 Algunos casos de muros con huecos que pueden analizarse con el método de la columna ancha

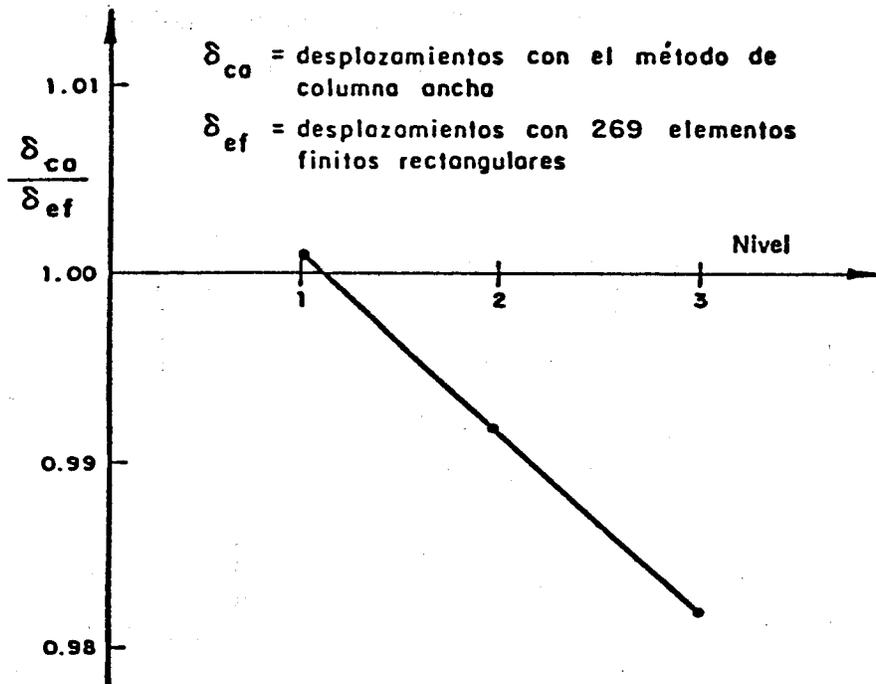
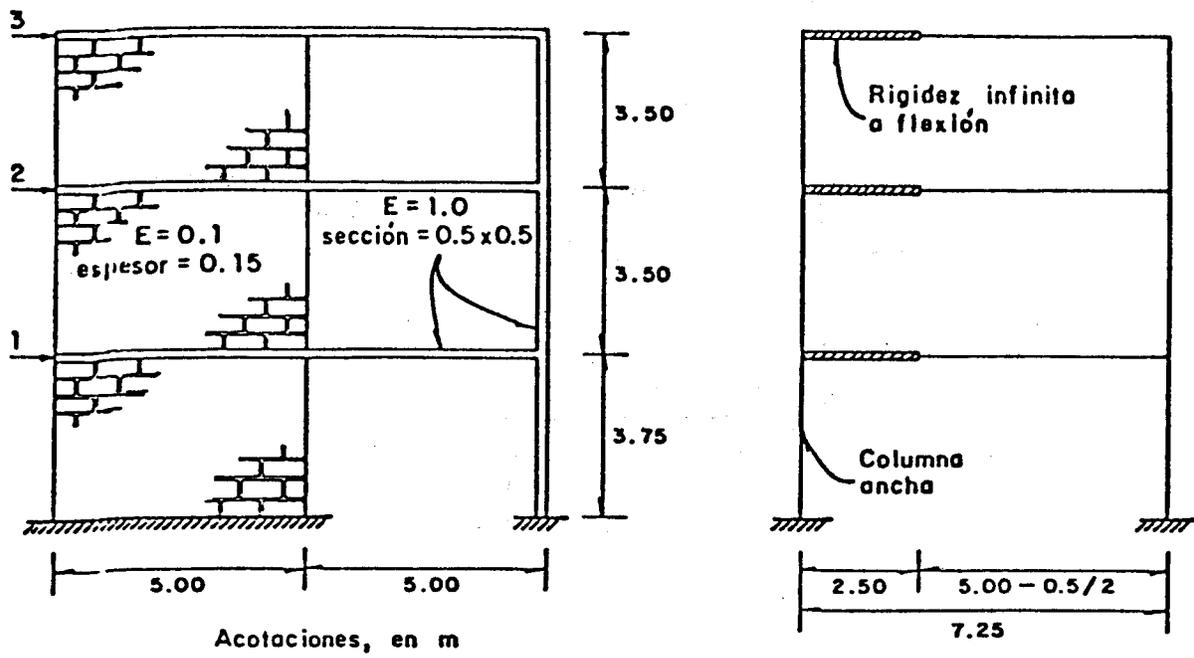


Fig 5 Comparación del método de elementos finitos con el de la columna ancha

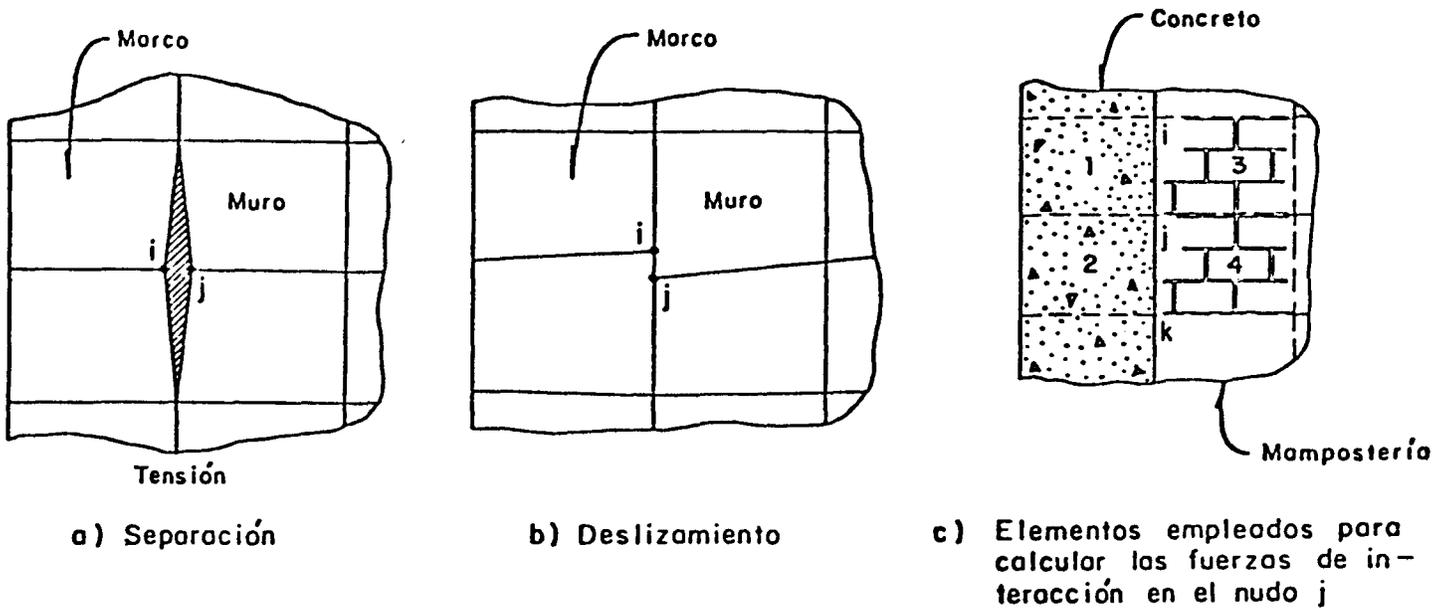
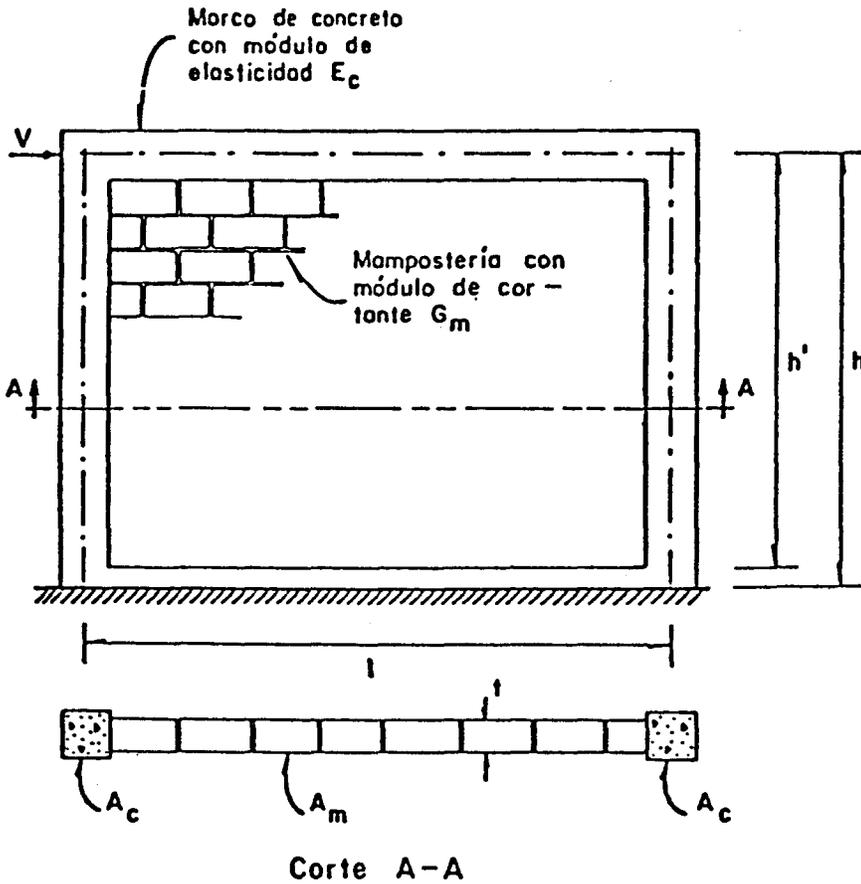


Fig 6 Representación del agrietamiento entre muro y marco en muros diafragma



Definiciones

$$\tau^* = \frac{V}{(A_m + 2A_c)}$$

$$\tau' = \frac{V}{A_c}$$

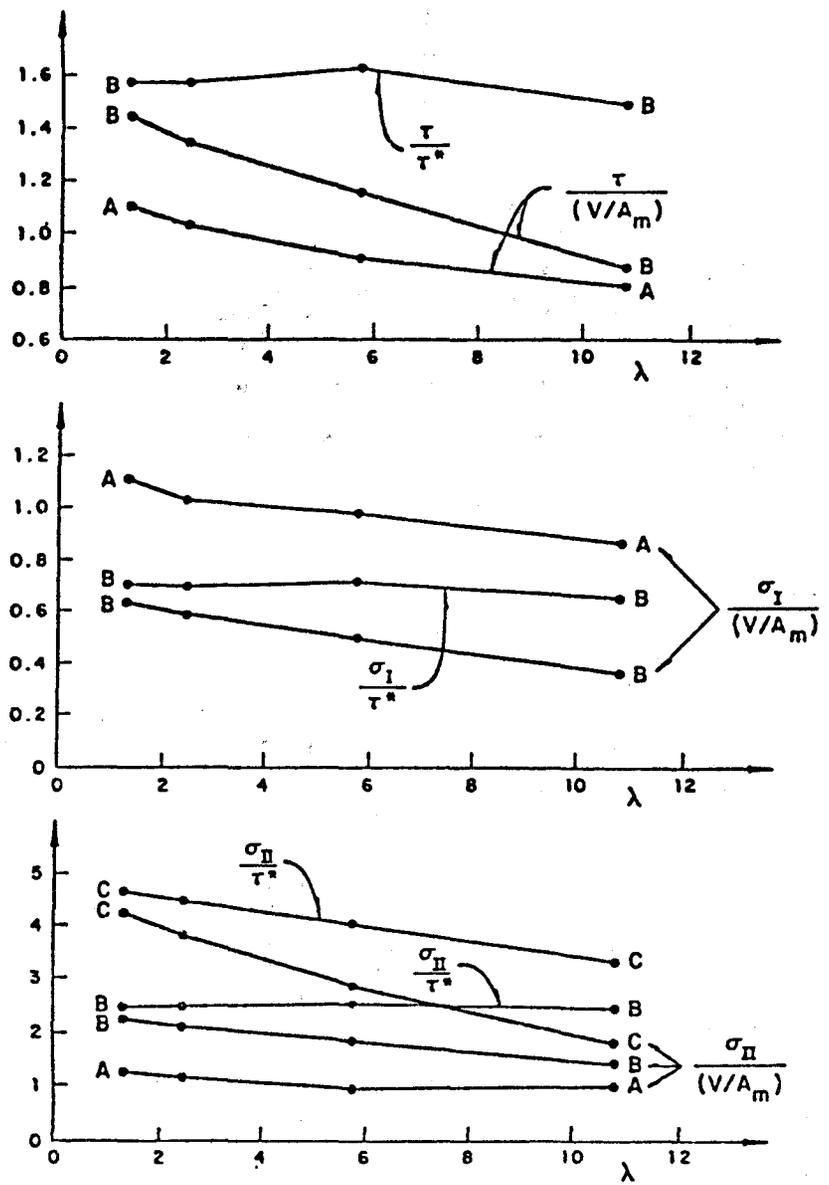
$$\sigma' = \frac{Vh'}{lA_c} = \frac{M}{lA_c}$$

$$\zeta = \frac{l}{h} = \text{relación de aspecto}$$

$$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m}$$

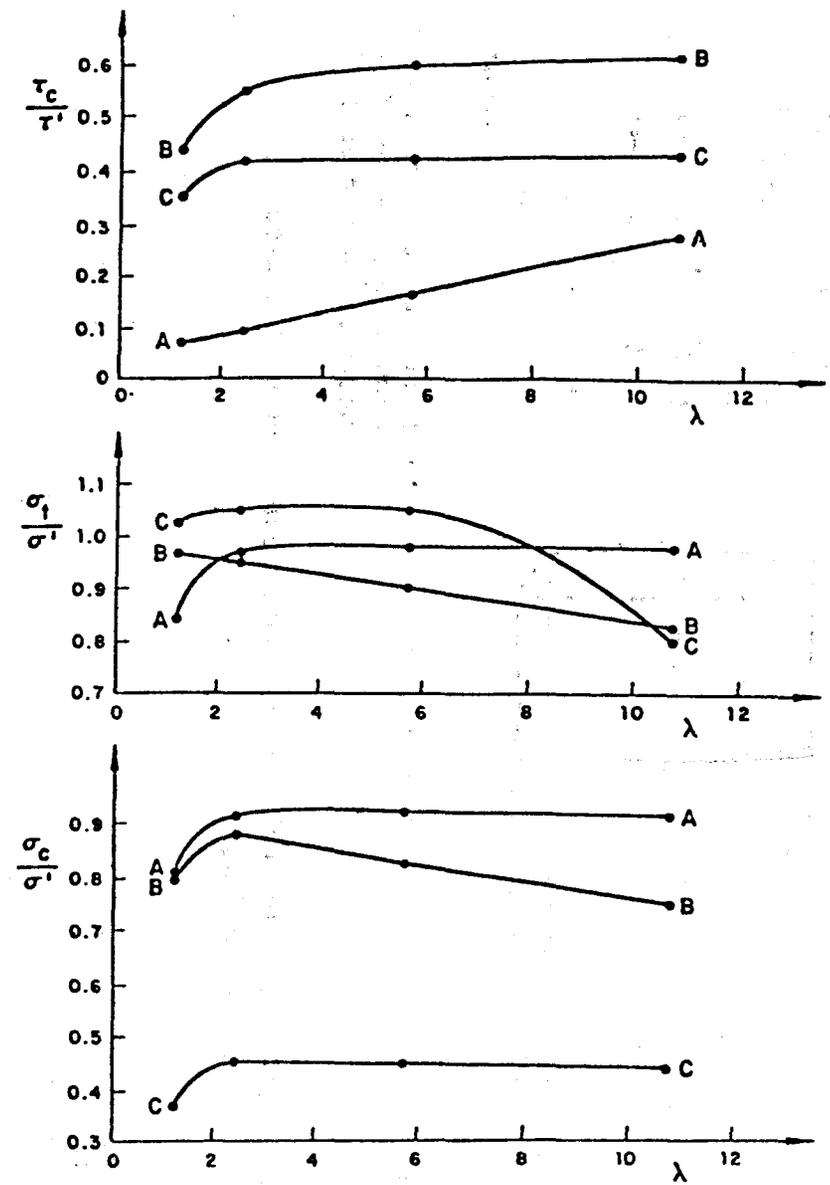
$$I = \frac{A_c l^2}{2}$$

Fig 7 Esquema de los muros analizados y definiciones empleadas



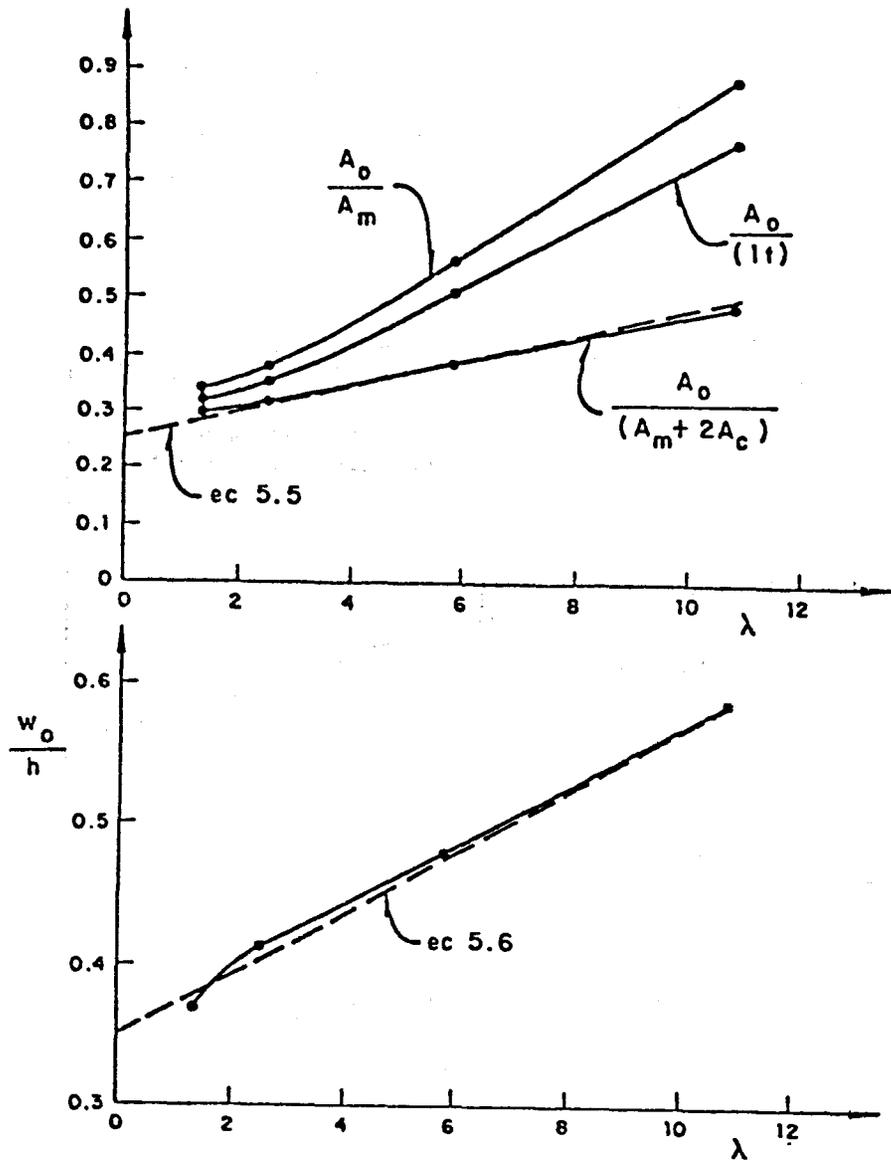
A = Sin grietas  
 B = Con grietas entre muro y marco solamente  
 C = Con grietas entre muro y marco, y en la diagonal

Fig 8 Tableros cuadrados. Esfuerzos cortantes  $\tau$  y principales  $\sigma_I$  (tensión) y  $\sigma_{II}$  (compresión) en la sección central del muro ( $V, A_m, \tau'$  y  $\lambda$  se definen en la fig 7)



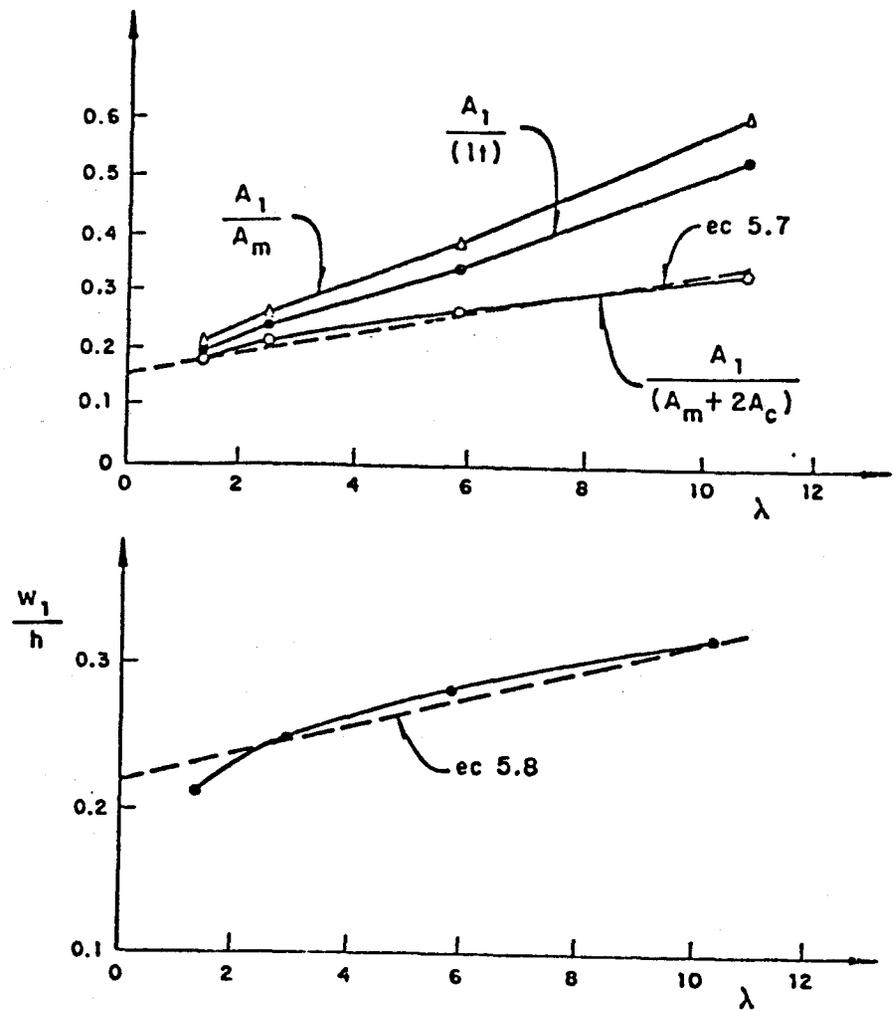
A = Sin grietas  
 B = Con grietas entre muro y marco solamente  
 C = Con grietas entre muro y marco, y en la diagonal

Fig 9 Tableros cuadrados. Esfuerzos máximos en las columnas del marco confinado:  $\tau_c$ , cortante,  $\sigma_t$ , de tensión, y  $\sigma_c$ , de compresión ( $\tau', \sigma'$  y  $\lambda$  se definen en la fig 7)



$A_o$  = área de cortante equivalente  
 $w_o$  = ancho de la diagonal equivalente  
 $A_m, A_c, l, h, t$  y  $\lambda$  se definen en la fig 7

Fig 10 Tableros cuadrados. Areas de cortante y diagonales equivalentes cuando sólo hay agrietamiento entre muro y marco



$A_1$  = área de cortante equivalente  
 $w_1$  = ancho de la diagonal equivalente  
 $A_m, A_c, l, h, t$  y  $\lambda$  se definen en la fig 7

Fig 11 Tableros cuadrados. Areas de cortante y diagonales equivalentes cuando hay agrietamiento entre muro y marco y en la diagonal

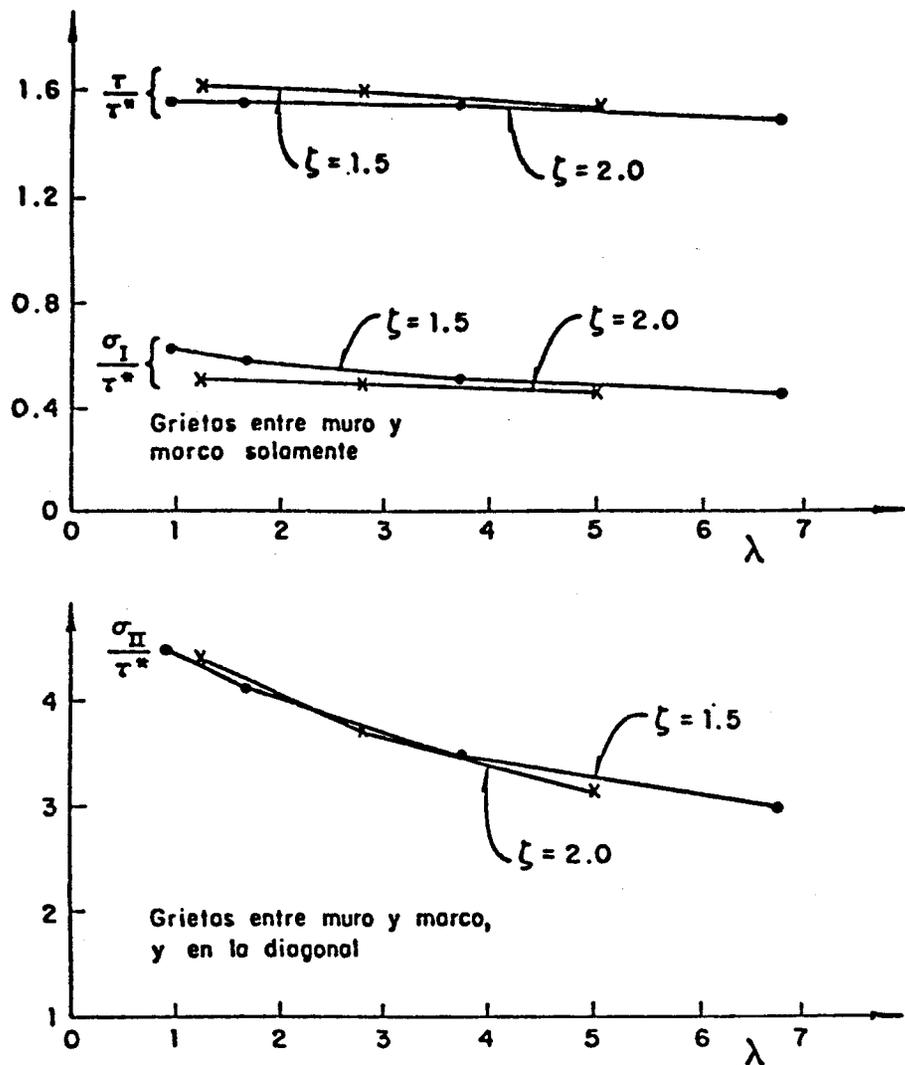


Fig 12 Tableros con relación de aspecto  $\zeta$  mayor que 1. Esfuerzos cortantes  $\tau$  y principales  $\sigma_I$  (tensión) y  $\sigma_{II}$  (compresión) en la sección central del muro.  $\tau^*$  y  $\lambda$  se definen en la fig 7

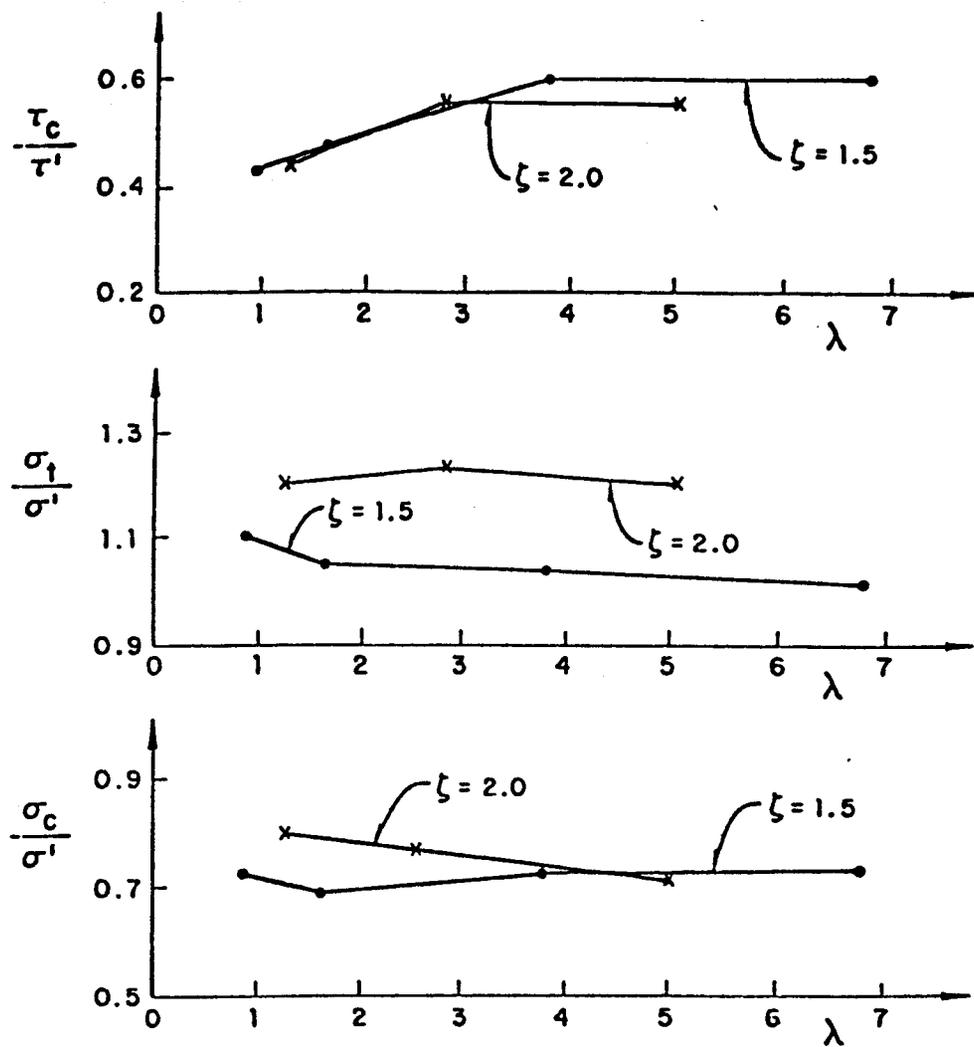
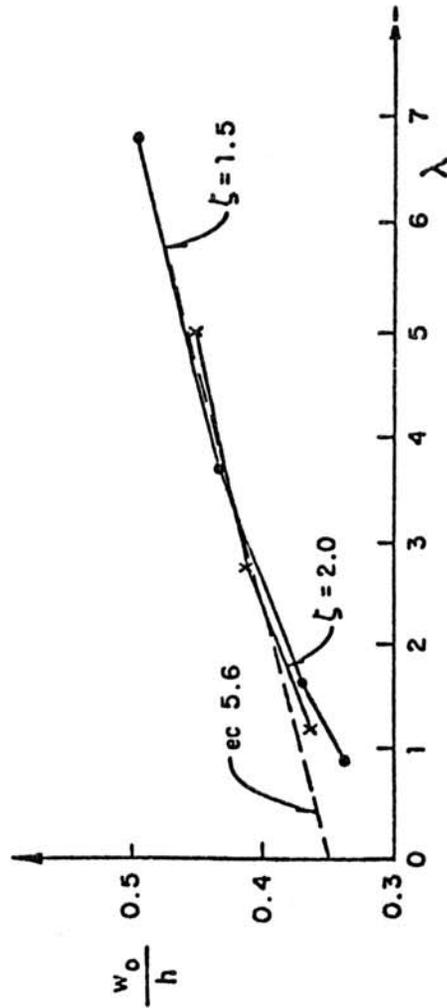
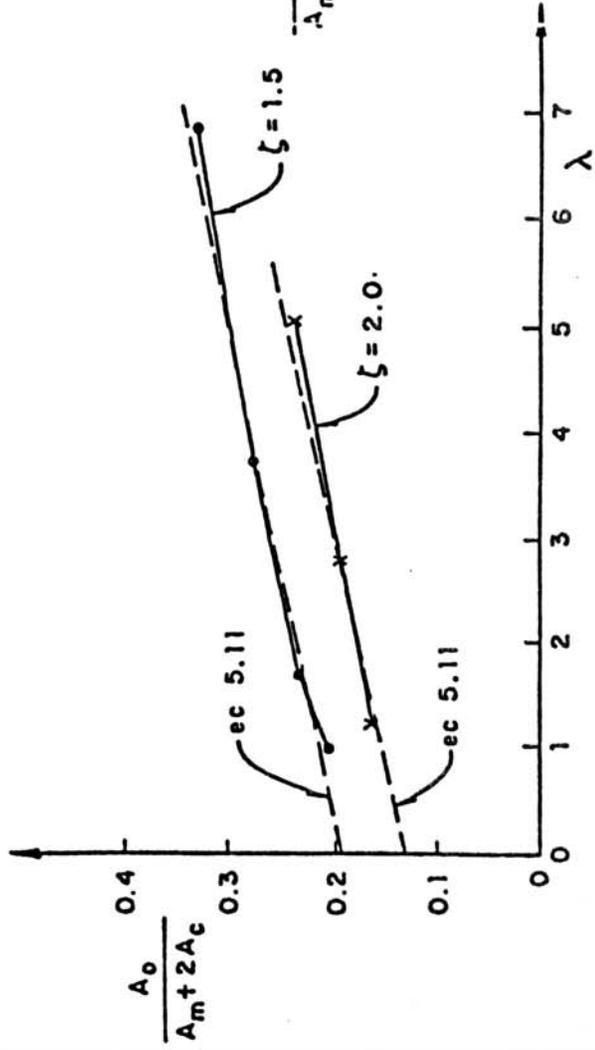
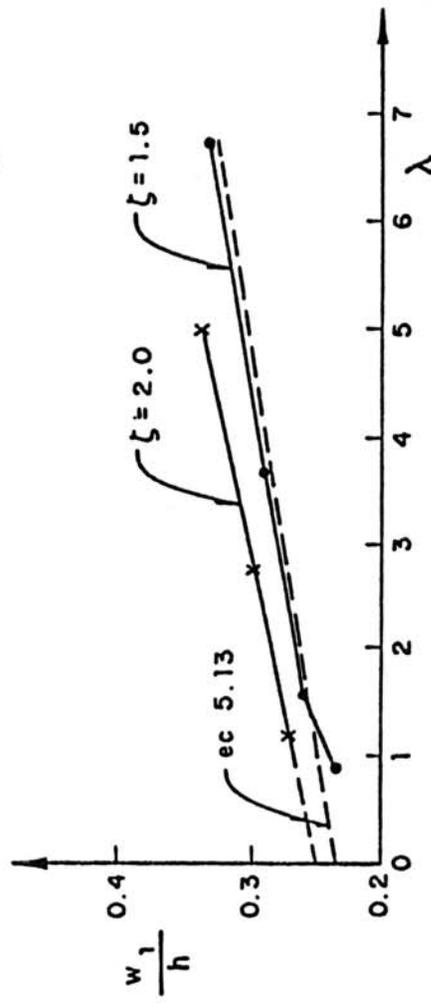
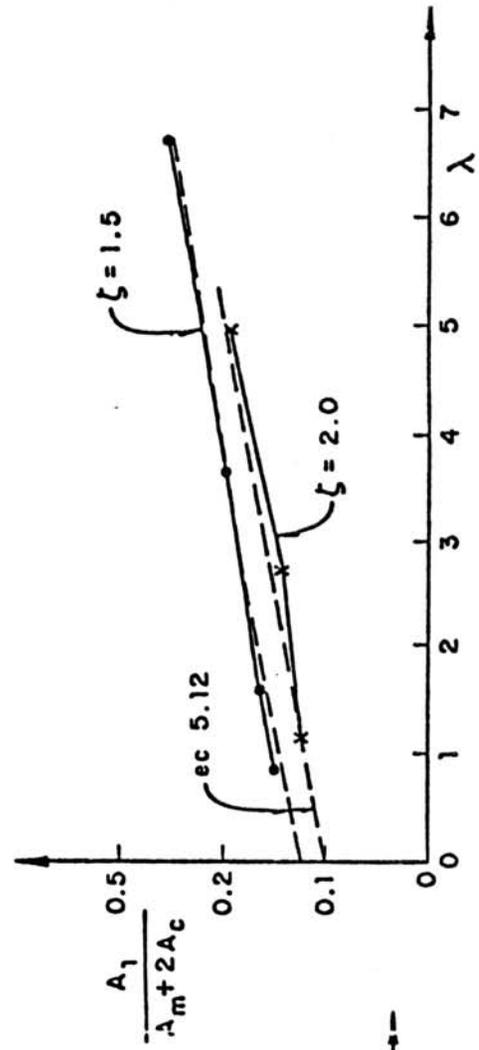


Fig 13 Tableros con relación de aspecto  $\zeta$  mayor que 1. Esfuerzos máximos en las columnas:  $\tau_c$  cortante,  $\sigma_t$  de tensión y  $\sigma_c$  de compresión ( $\tau'$ ,  $\sigma'$  y  $\lambda$  se definen en la fig 7)



$A_0$  = Area de cortante equivalente  
 $w_0$  = Ancho de la diagonal equivalente  
 $A_m, A_c, h$  y  $\lambda$  se definen en la fig 7

Fig 14 Tableros con relación de aspecto  $\zeta$  mayor que 1. Areas de cortante y diagonales equivalentes cuando sólo hay agrietamiento entre muro y marco



$A_1$  = Area de cortante equivalente  
 $w_1$  = Ancho de la diagonal equivalente  
 $A_m, A_c, h$  y  $\lambda$  se definen en la fig 7

Fig 15 Tableros con relación de aspecto  $\zeta$  mayor que 1. Areas de cortante y diagonales equivalentes, cuando hay agrietamiento entre muro y marco y en la diagonal