

## COMENTARIOS AL INCISO 8.6 DE LAS NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO POR SISMO



Julio Damy Ríos\*

### I. INTRODUCCION

Muchas fallas en numerosos edificios ocurridas durante los sismos del 19 y 20 de septiembre de 1985, se debieron a grandes torsiones. Aparentemente la mayoría de los edificios dañados tenían grandes excentricidades estáticas, lo que explica su falla (1). Existen indicios que hacen suponer que probablemente las excentricidades se incrementaron cuando algunos de los elementos resistentes incursionaron en el intervalo no lineal, lo que aumentó su demanda de ductilidad. Para considerar estos fenómenos dentro del nuevo Reglamento de Construcciones del D.F., se realizó un estudio en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, cuyo resumen se presentó en el VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica efectuado en Querétaro en noviembre de 1987 (1).

Los resultados obtenidos sirvieron de base para formular la nueva norma de diseño sísmico por torsión, la cual aparece en el inciso 8.6 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, con el título de "Efectos por torsión". En este artículo, para abreviar, la llamaremos la Norma.

Dado que en el artículo 42 inciso b del Reglamento de las Construcciones del D.F. se exige como requisito para ser corresponsable en seguridad estructural acreditar que se conoce dicho Reglamento y sus Normas Técnicas Complementarias, es de urgente necesidad el abordar un problema que, desde la aparición de las Normas ha preocupado a los

---

\* Ingeniero Consultor y Profesor de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

ingenieros estructuristas. ¿Cómo aplicar el inciso 8.6 en lo que respecta al cálculo de la excentricidad de resistencias al corte,  $e_r$ , ya que sólo se dice que es la distancia entre el centroide de las resistencias y la línea de acción de la fuerza cortante?

En este artículo presentaremos una discusión del texto del inciso 8.6 de las Normas, una descripción del estudio realizado por el Instituto de Ingeniería, su análisis crítico, un comentario sobre el centro de torsión y por último las conclusiones.

## II. DISCUSION DEL INCISO 8.6 DE LAS NORMAS

El inciso se refiere primero al centro de torsión (CS) y la excentricidad torsional de rigideces,  $e_s$ , conceptos con los cuales están familiarizados los ingenieros estructuristas desde hace 25 años. En seguida menciona al centroide de las resistencias, al que denomina centro de resistencias (CR). Se define la excentricidad de resistencias,  $e_r$ , como la distancia entre aquel y la línea de acción de la fuerza cortante.

El concepto del centro de resistencias, aparece por primera vez en esta Norma, por lo que los ingenieros estructuristas solo pueden obtener su posición a partir de la referencia de que es "... el centroide de las resistencias", lo que dificulta seriamente su obtención.

La Norma señala que las estructuras con  $Q$  igual o mayor de 3,  $e_r$  y  $e_s$  deben ser del mismo signo (ver Apéndice VIII) y deben cumplir con la siguiente relación.

$$| e_r | > | e_s | - \gamma b$$

Aquellas donde  $Q$  es igual a 3,  $\gamma$  es igual a 0.2, y en las que  $Q$  es mayor de 3 y es igual a 0.1. La variable  $b$  es la dimensión de la planta medida en la dirección de  $e_r$  y  $e_s$ . Como la Norma no menciona el caso de  $Q$  menor de 3, es evidente que no se aplica en esos casos.

Tampoco se contempla un límite superior de  $e_r$ , el cual intuitivamente se advierte que debe existir. Más adelante se mostrará que ese límite era una consecuencia del estudio que no fue tomada en cuenta.

Hasta donde el autor sabe, ningún ingeniero dedicado al diseño estructural ha intentado calcular el valor de  $e_r$  en edificios de múltiples pisos y por lo tanto se ha ignorado esta disposición, lo que implica que no se está considerando al fenómeno de la torsión no lineal, que fue el objeto de la Norma.

La aplicación de la Norma conduce a la siguiente paradoja: supongamos

que en un edificio, diseñado con  $Q$  igual a 4, se cumple la Norma en todos los entrepisos, para el sismo en las direcciones X, Y. Si se supone que la dirección de las fuerzas sísmicas es tal que su resultante pasa por el centro de resistencias, como se muestra en la figura 1, no se cumple la Norma, ya que la excentricidad  $e_r$  es nula. Si la dirección de la fuerza sísmica es tal que pase entre el centro de torsión y el de resistencias, tampoco se cumple, porque las excentricidades son de signo contrario.

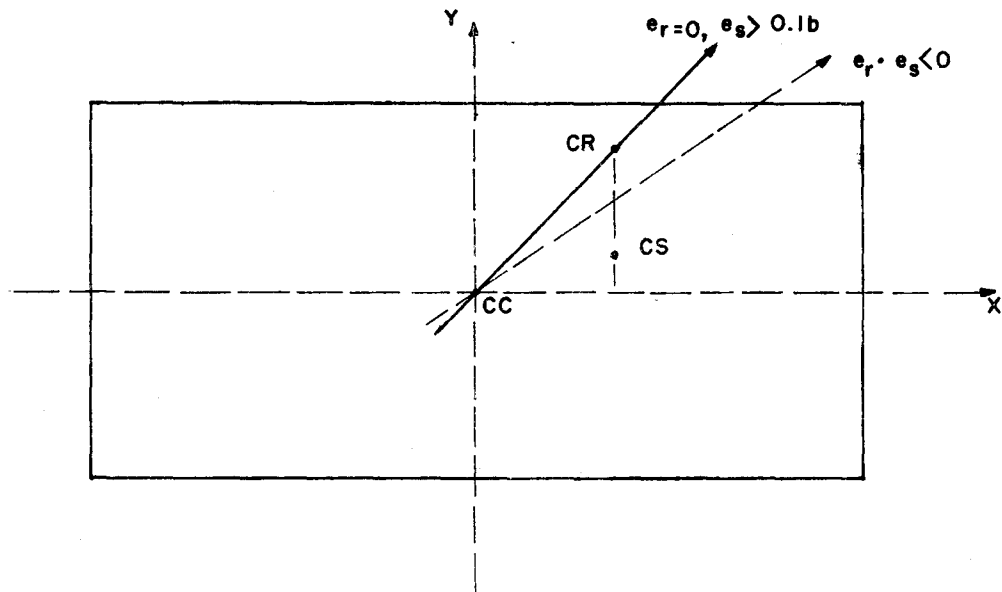


FIGURA 1

### III. DESCRIPCION DEL ESTUDIO DEL INSTITUTO DE INGENIERIA, QUE SIRVIO DE BASE AL INCISO 8.6 DE LAS NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO POR SISMO.

A continuación se presenta un resumen del estudio del Instituto de Ingeniería. El modelo estructural utilizado es una losa que se supone perfectamente rígida, apoyada en tres elementos estructurales paralelos al eje Y, como se muestra en la figura 2. Se considera que la excitación sísmica es paralela al eje Y; que los tres elementos tienen igual rigidez,  $K$ , la cual permanece constante en todos los casos estudiados; que, los tres elementos se comportan con una ley de carga deformación bilineal histerética estable, como se muestra en la figura 3, con una pendiente para la segunda recta de  $1/100$  del valor de la pendiente  $K$  de la recta inicial. La resistencia,  $R$ , es el valor de la fuerza de fluencia, esto es, que es la ordenada del punto en el cual disminuye la pendiente del diagrama esfuerzo deformación.

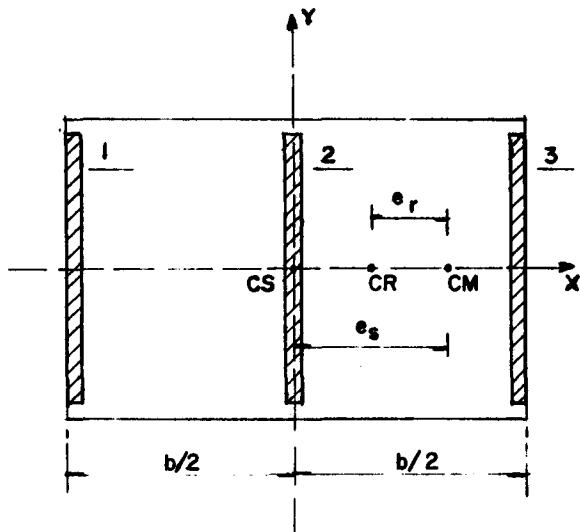


FIGURA 2

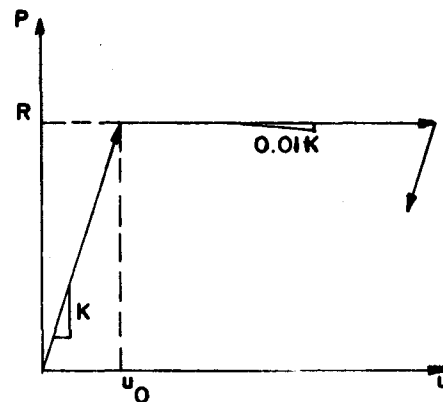


FIGURA 3

Se llevó a cabo un análisis dinámico no lineal, en el que se consideran como excitaciones las aceleraciones registradas durante el sismo del 19 de septiembre de 1985. Se utilizaron dos acelerogramas, el correspondiente a la dirección E-W de SCT y el de la misma dirección en CU.

El valor del momento de inercia rotacional del diafragma se obtuvo igualando la frecuencia lateral con la frecuencia rotacional.

Debido a que las tres rigideces de los elementos son iguales, el centro de torsión, CS, coincide con el centro de figura. Para lograr diferentes valores de  $e_s$  se definen cada vez distintas posiciones del centro de masa, CM.

Se modificó la masa del diafragma para alcanzar distintos valores del periodo fundamental, T.

Las resistencias,  $R_i$  de los tres elementos cumplen con las siguientes relaciones

$$R_1 \geq (0.433 - e_s/b) F^*$$

$$R_2 = 0.333 F^*$$

$$R_3 = (0.433 + 1.5 e_s/b) F^*$$

donde  $F^*$  es la fuerza sísmica de diseño, calculada a partir del peso de la losa, W, y del periodo natural, T, y utilizando el espectro

sísmico de diseño reducido por el factor  $Q'$ .

Con el fin de obtener diferentes valores de  $e_x$ , se modifica únicamente el valor de la resistencia del elemento a la extrema izquierda,  $R_1$ .

Se llevaron a cabo dos análisis, moviendo  $0.1b$  hacia la derecha o a la izquierda el centro de masa. Con los resultados de estos dos análisis se calculó la demanda de ductilidad máxima requerida por cualquier elemento,  $QR_a$ , la cual se compara con la demanda de ductilidad máxima requerida si se considera al modelo con valores nulos de  $e_x$  y  $e_s$ ,  $QR_s$ .

Para valores distintos del periodo natural ( $T$ ), de la ductilidad ( $Q$ ) y de la excentricidad en torsión dividida entre la dimensión  $b$ , se presentan gráficas con la variación de  $QR_a/QR_s$  en función de  $e_r/b$ . En la figura 4 se muestra el caso que corresponde a  $T$  igual a 1.0 seg.,  $Q$  igual a 4 y con el sismo de SCT-EW.

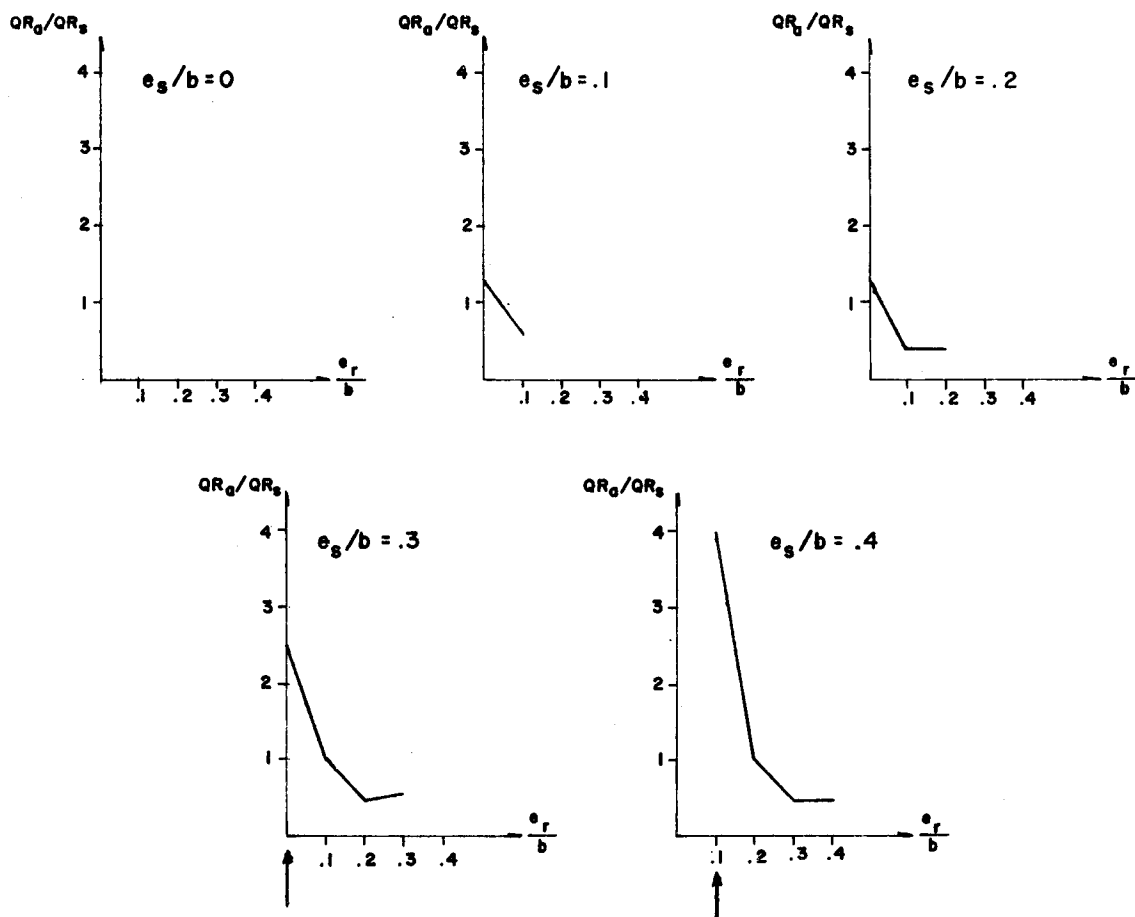


FIGURA 4

De la observación de las gráficas de la figura 4, se desprende que las restricciones que impone la Norma al valor de  $e_r$  aseguran que  $QR_a / QR_s$  sea menor que la unidad. En las gráficas se observa que si  $e_s$  no es nula y  $e_r$  tiene un valor pequeño o nulo, se tienen valores de  $QR_a / QR_s$  mayores que la unidad. En el estudio no se considera el caso de que  $e_r$  sea mayor que  $e_s$ , por lo que se desconoce lo que sucede en este caso.

#### IV. ANALISIS CRITICO DEL ESTUDIO

En la suposición de que el estudio hubiera sido bien desarrollado, con los resultados del modelo estudiado, que consiste en una losa soportada simétricamente por tres elementos paralelos, sin elementos transversales, se pretende extrapolar los resultados a edificios de múltiples pisos con numerosos elementos resistentes distribuidos en cualquier forma.

En el trabajo aludido se hace hincapié en que se trata de un estudio paramétrico realizado sobre la respuesta dinámica no lineal de edificios. Para efectuar un estudio paramétrico de cualquier fenómeno físico es necesario identificar cuáles son los parámetros físicos mas relevantes que lo definen. En ocasiones no es fácil saber a priori cuales son esos parámetros; por ejemplo, en el estudio del periodo natural de un péndulo podría pensarse que el peso puede ser un parámetro importante, pero un simple análisis dimensional lo elimina. Es necesario que solo se consideren los parámetros cuya importancia sea evidente en el sentido cartesiano, cuidándose de introducir falsos parámetros, definidos por motivos ajenos al fenómeno.

En el estudio se introduce un parámetro nuevo,  $e_r$ , llamado la "excentricidad en resistencias". No existe justificación racional ni antecedente para su introducción a priori. Como se señala en el mismo estudio, se trata de un "... parámetro de análisis que por primera vez se considera en estudios de este tipo"..

En el estudio, los parámetros evidentes a considerar serán: las rigideces de cada elemento ( $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ), sus resistencias ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ), la excentricidad torsional ( $e_s$ ), el periodo natural ( $T$ ), la localización del sitio donde se obtuvo el registro (SCT o CU) y la ductilidad ( $Q$ ). En el Apéndice I se presentan las ecuaciones diferenciales en los intervalos lineal y no lineal del modelo; en ellas figuran estos parámetros.

A continuación discutiremos cómo fueron tratados los parámetros del estudio y se harán algunas otras observaciones.

## 1.- Las rigideces

Se consideró que las rigideces de los tres elementos eran iguales, sin variarlas en todo el estudio, para que así el centro de torsión coincidiera con el centro de figura de la losa. Se puede variar la rigidez del elemento central sin cambiar la posición de dicho centro, por ejemplo, suponiendo que

$$K_1 = K$$

$$K_2 = 2 \alpha K$$

$$K_3 = K$$

donde  $\alpha$  es la relación entre la suma de rigideces de los elementos centrales y la suma de las rigideces de los elementos de borde, que podrá tener valores distintos a 0.5, que fue el utilizado en el estudio. En el Apéndice II se presentan las expresiones de las resistencias y la ecuación diferencial en el intervalo lineal cuando el parámetro  $\alpha$  tiene cualquier valor.

## 2.- Las resistencias

En el estudio se calcula implícitamente la fuerza  $F_i$ , que obra sobre cada elemento cuando se aplica la fuerza de diseño  $F^*$ , la que se iguala a la resistencia  $R_i$ . Se consideran los incrementos por torsión dinámica y accidental, tal como se señala en la última sección de la Norma:

$$F_1 = (0.433 - e_s / b) F^*$$

$$F_2 = 0.333 F^*$$

$$F_3 = (0.433 + 1.5 e_s / b) F^*$$

Se observa que para obtener la fuerza que obra en el elemento 1, el más alejado del centro de masa, se le resta el cortante producido por la torsión, sin ninguna limitación, cosa que no sucede en un diseño real. La SEAOC (Structural Engineers Association of California) en su sección 2312 sugiere las siguientes recomendaciones para ser incluidas en un Código de Construcción Unificado (Uniform Building Code) para las ciudades dentro de un área sujeta a sismos: "Los cortantes torsionales negativos se deben despreciar..." En el D.F., los ingenieros estructuristas observan el criterio de restar esos cortantes negativos, pero hasta un límite, para no dejar desprotegidos a esos elementos que generalmente se encuentran en los bordes. Tal vez fuera conveniente introducir en las futuras Normas Complementarias, un requisito que limite los cortantes torsionales negativos.

En el modelo para  $e_s/b$  igual a 0.4 se tienen los siguientes valores para las fuerzas  $F_i$

$$F_1 = 0.033 F^*$$

$$F_2 = 0.333 F^*$$

$$F_3 = 1.033 F^*$$

De acuerdo con estas expresiones, el valor de la fuerza que obra sobre el elemento 1 es el 3% de la fuerza sísmica de diseño,  $F^*$ , valor muy pequeño, debido a que se le resta todo el cortante negativo producido por la torsión.

En las estructuras reales las resistencias son mucho mayores que la fuerza que obra sobre los elementos al aplicar la fuerza sísmica de diseño,  $F^*$ , como se muestra en la figura 5

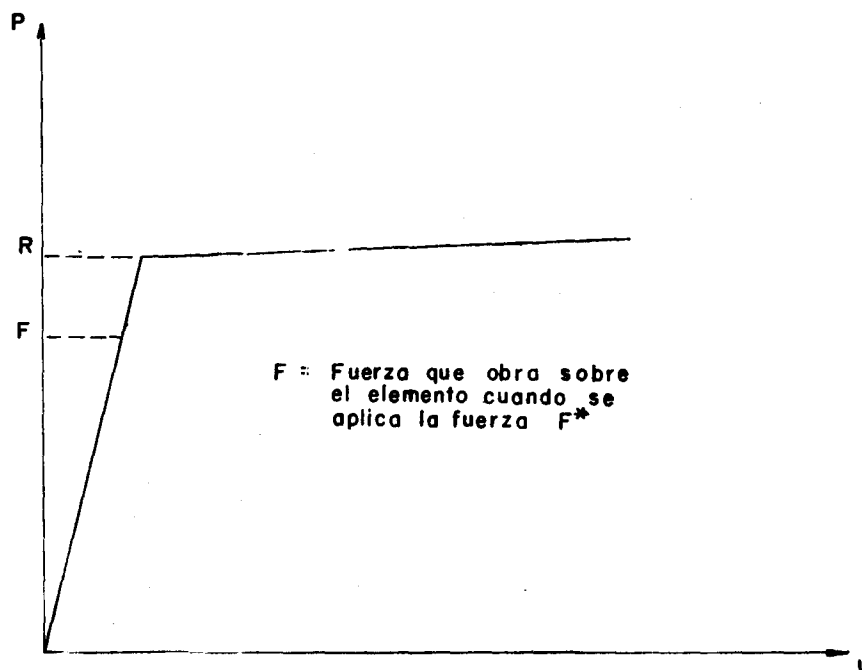


FIGURA 5



En el modelo del estudio se varían las resistencias manteniendo constantes las rigideces, esto no acontece en los modelos reales, donde resistencias y rigideces están relacionadas ya que dependen de las secciones y refuerzos de sus elementos.

En la figura 4 aparece la gráfica donde  $e_s/b$  igual a 0.4, en la que se tiene una gran demanda de ductilidad cuando  $e_r/b$  vale 0.1, que corresponde a un valor de la resistencia  $R_1$  igual al 13% de  $F^*$ , valor irreal en cualquier diseño racional de una estructura que tenga sólo tres elementos paralelos, sobre todo por tratarse de un elemento que está en el borde y que explica la gran demanda de ductilidad. Algo semejante sucede cuando  $e_s/b$  es igual a 0.3, como se observa en la misma figura, cuando el valor de  $e_r/b$  es nulo, que corresponde a un valor de la resistencia  $R_1$  igual al 10% de  $F^*$  que es un valor aún menos realista en el diseño usual.

### 3.- El centro de masa

En el modelo el centro de torsión coincide con el centro de figura. En los valores no nulos de  $e_s$ , el centro de masa se mueve hacia la derecha de dicho centro, lo que implica que la masa no está uniformemente distribuida en la losa y que, para grandes valores de  $e_s$ , se tenga a la masa cargada hacia el borde derecho. Esta situación se explicaría si hubiera un gran voladizo en ese borde, pero ello no está considerado en el modelo.

En el caso de los valores grandes de  $e_s/b$ , tales como 0.4, se tiene un modelo con tres elementos simétricamente distribuidos de igual rigidez y con una gran concentración de su masa en el borde derecho. En las estructuras usuales, los grandes valores de la excentricidad torsional corresponden al caso en que hay elementos muy rígidos en el borde de la estructura. Además lo usual en las estructuras reales es que la distribución de la masa sea aproximadamente uniforme y que el centro de masa se halle cerca del centro de la figura.

Para el análisis dinámico con  $e_s/b$  igual a 0.4 se consideró, según las hipótesis del estudio, que el centro de masa estaba a  $0.1b$  a la derecha o sea que toda la masa está concentrada en el borde de la losa.

### 4.- Momento de inercia rotacional centroidal

El radio de giro de la inercia rotacional centroidal,  $r_c$ , se obtiene en el estudio de la siguiente expresión:

$$r_c^2 = \frac{K_{\theta\theta c}}{3K}$$

donde  $K_{\theta\theta c}$  es la rigidez torsional con respecto al centro de masa. Esta expresión no aparece en el estudio, sino que nos fue comunicada personalmente por sus autores.

De acuerdo con ellos, esta hipótesis está fundamentada en un artículo de Tso y Sadek (2). En el citado artículo el modelo utilizado es diferente al del estudio; se trata de una losa rectangular rígida con espesor uniforme, con el centro de masa en el centro de la figura; sus dimensiones son B por D y está soportada por cuatro columnas circulares localizadas en las esquinas de un rectángulo de misma relación de aspecto que la losa. La distancia entre las columnas se ajusta obligando que el periodo desacoplado torsional sea de 0.5 seg, igual al de los periodos laterales. Lo anterior conduce a que las dimensiones del rectángulo en cuyas esquinas están las columnas sean las de la losa divididas entre  $\sqrt{3}$  (ver Apéndice III). Por lo expuesto, a partir de las hipótesis de Tso y Sadek, no se justifica la expresión usada en el estudio.

En el Apéndice IV aparece la demostración de que para  $e_s/b$  igual a 0.4 y valores menores de 0.97 para la relación  $h/b$ , siendo  $h$  la dimensión transversal de la losa, no existe una distribución real de la masa que corresponda al valor del radio de giro correspondiente, a menos que hubiera un gran voladizo a la derecha de la losa, lo cual, como ya se ha dicho, no se considera en el estudio (ver figura 2).

Se debe señalar que para cada valor de  $e_s$  existe en el modelo una distribución distinta de su masa, por lo que las cinco gráficas de la figura 4 corresponden a cinco losas con muy distinta distribución de su masa.

#### 5.- Observaciones sobre las gráficas de la figura 4

Si consideramos (ver Apéndice VII) el caso en que el valor de  $e_r/b$  sea igual a  $0.5 + e_s/b$ , se tendrá que la resistencia  $R_1$  es infinita (ver figura 2), lo que implica que ese elemento nunca incurse en el intervalo no lineal, por lo que es de suponer que se tengan grandes demandas de ductilidad en los otros dos elementos. Lo anterior se muestra en la figura 6.

Lo aquí expuesto nos fue confirmado personalmente por los autores del estudio, que al continuar con sus investigaciones, llegaron al mismo resultado. Lo anterior confirma que la Norma, en su forma original, debió contemplar una limitación al valor de la excentricidad en resistencias,  $e_r$ .

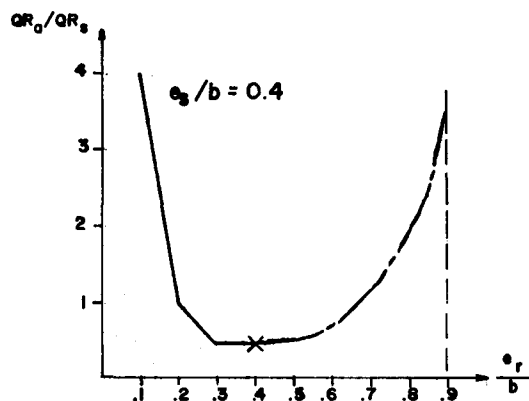


FIGURA 6

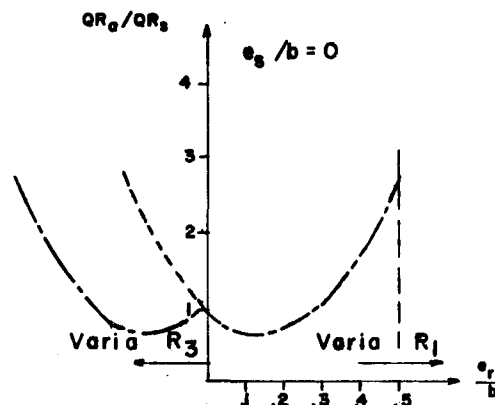


FIGURA 7

En el estudio, la primera gráfica de la figura 4 corresponde a un valor nulo de  $e_s$  y solo tiene un punto. Si se hubiera continuado con valores positivos y negativos de  $e_r$ , la gráfica que se habría obtenido tendría aproximadamente el aspecto de la mostrada en la figura 7. Se observa en ella una falta total de simetría la que debe existir pues el centro de masa coincide con el centro de simetría de la losa, por lo que es evidente que para obtener valores negativos de  $e_r$  (ver figura 2) se debe variar a la resistencia  $R_3$  en vez de  $R_1$ , lo que nos conduce a una gráfica simétrica, que se muestra en la misma figura. De lo anterior se infiere que la Norma, en su forma original debió aceptar valores de  $e_r$  y  $e_s$  de signo contrario, para valores pequeños de la excentricidad torsional, quizás incluyendo a  $e_s/b$  igual a 0.1.

#### 6.- El principio de equivalencia

El estudio implica que es equivalente mover el centro de masa, manteniendo fijo el de torsión o viceversa, lo que está por demostrarse.

En este resumen proponemos un modelo, que se muestra en la figura 8, muy semejante al del estudio, sólo que el centro de masa está fijo en el centro de figura de la losa, la rigidez del primer elemento se modifica para tener distintos valores de la excentricidad torsional,  $e_s$ . Los valores de las resistencias se obtienen con el mismo

criterio del estudio, solo que para valores positivos de  $e_r$  se incrementa  $R_1$  y para valores negativos se incrementa  $R_3$ .

En el apéndice V se muestran las ecuaciones diferenciales de este modelo, en los intervalos lineales y no lineales, que son muy diferentes a los del modelo que sirvió de base a la Norma.

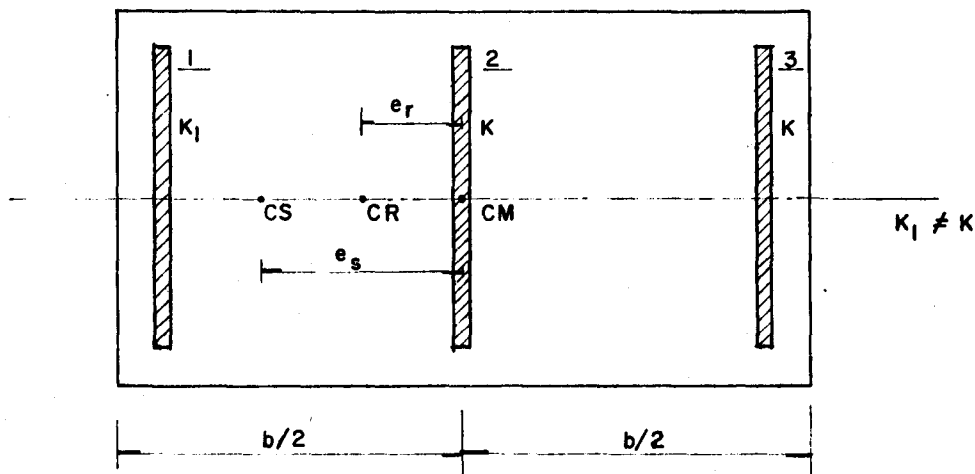


FIGURA 8

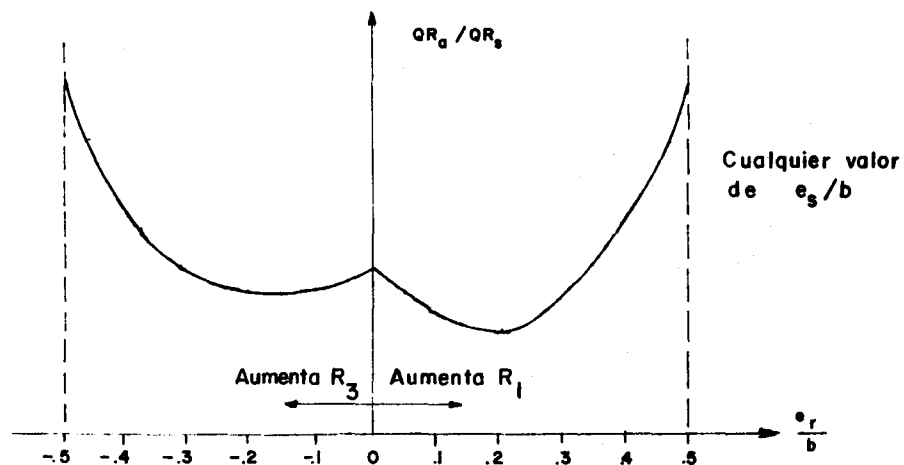


FIGURA 9

Se puede calcular en forma aproximada los puntos de las gráficas similares a las de la figura 4, como se muestra en la figura 9.

Se observa que los resultados en los dos modelos son muy diferentes por lo que no es válido el principio de equivalencia implícito en el estudio.

#### 7.- Los elementos transversales

El modelo del estudio y el modelo que acabamos de sugerir carecen de elementos resistentes transversales que, de existir modificarían los resultados al incrementarse la rigidez torsional. En los edificios reales siempre se tienen elementos resistentes en las dos direcciones cuyas rigideces contribuyen a la rigidez torsional.

En el Apéndice VI se muestran las diferencias que se obtienen en el estudio cuando se toman en cuenta los marcos transversales.

#### 8.- El centro de resistencia

El problema de la torsión no lineal fue la causa que originó el estudio del Instituto de Ingeniería. En éste se pretende obtener la relación entre la máxima ductilidad requerida y las resistencias y rigideces del modelo; se introduce además, el parámetro  $e_r$ , que es una medida del primer momento de la distribución de resistencias, ya que se define al centro de resistencias, CR, como el centroide de las resistencias. Se afirma en el estudio que cuando  $e_r$  y  $e_s$  son iguales, las resistencias son proporcionales a las rigideces, lo que no es cierto ni en el modelo del estudio, donde en ese caso, con iguales valores de las rigideces, se tienen las siguientes resistencias

$$R_1 = R_3 = (0.433 + 1.5 e_s / b) F^*$$

$$R_2 = 0.333 F^*$$

Como ya se ha dicho,  $e_r$  es un parámetro artificial, por lo cual no da información, como por ejemplo, la posibilidad de que haya valores extremos, muy pequeños o muy grandes en su distribución, que son los que probablemente pueden causar grandes demandas de ductilidad.

Se señaló anteriormente que, en el modelo, se varían las resistencias

sin ninguna relación con las rigideces, que se suponen constantes. Siguiendo igual criterio, se proponen los tres modelos presentados en la figura 10. En ellos se observa que el valor de  $e_r$  cumple con la Norma pero, salvo el primero, se tienen resistencias extremas que pueden producir grandes demandas de ductilidad. En la figura 11 se presenta un modelo con una distribución de resistencias igual al primero de la figura 10, sin grandes extremos en ellas, pero con valores de  $e_r$  y  $e_s$  de signo contrario. No hay razones de peso para suponer que los comportamientos de los dos modelos, en el intervalo no lineal, sean muy diferentes entre sí.

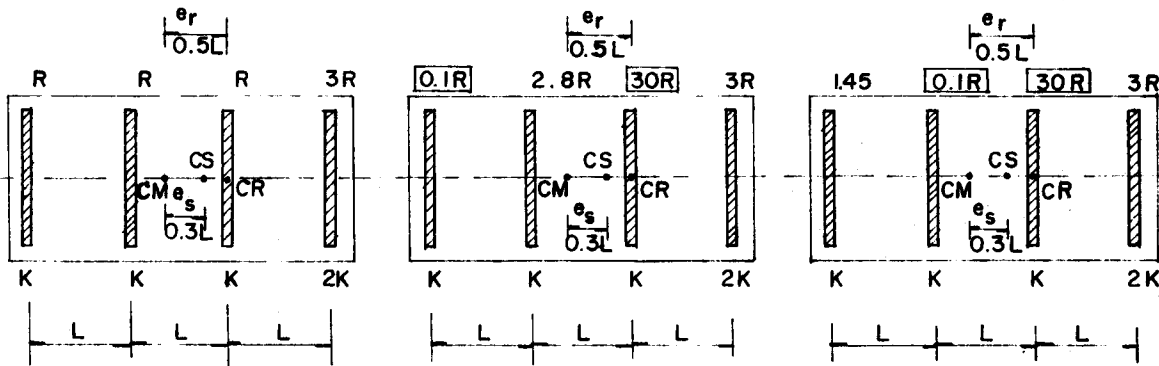


FIGURA 10

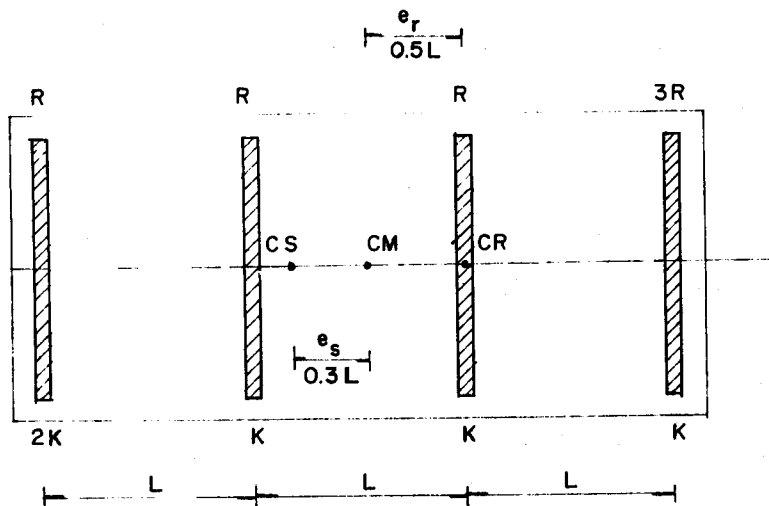


FIGURA 11

En el modelo en que se basó la Norma, para valores dados de  $e_s$ , la única variable es la resistencia  $R_1$ , porque las otras dos resistencias permanecen constantes. El parámetro  $e_r$  es únicamente función de  $R_1$  e, inversamente  $R_1$  es sólo función de  $e_r$ , como se demuestra en el Apéndice VII, por lo que  $e_r$  es simplemente la variable  $R_1$  disfrazada.

Habría sido deseable obtener las demandas máximas de ductilidad en función de la variable  $R_1$  y de ahí obtener exclusivamente conclusiones sobre su influencia en la demanda de ductilidad. Si por ejemplo en la quinta gráfica de la figura 4 se cambia en las abscisas a la variable  $e_r/b$  por la variable  $R_1/F^*$  (ver Apéndice VII), se obtendrá la gráfica mostrada en la figura 12. De ella solo se puede concluir que para valores extremos de la resistencia  $R_1$ , se tienen grandes demandas de ductilidad.

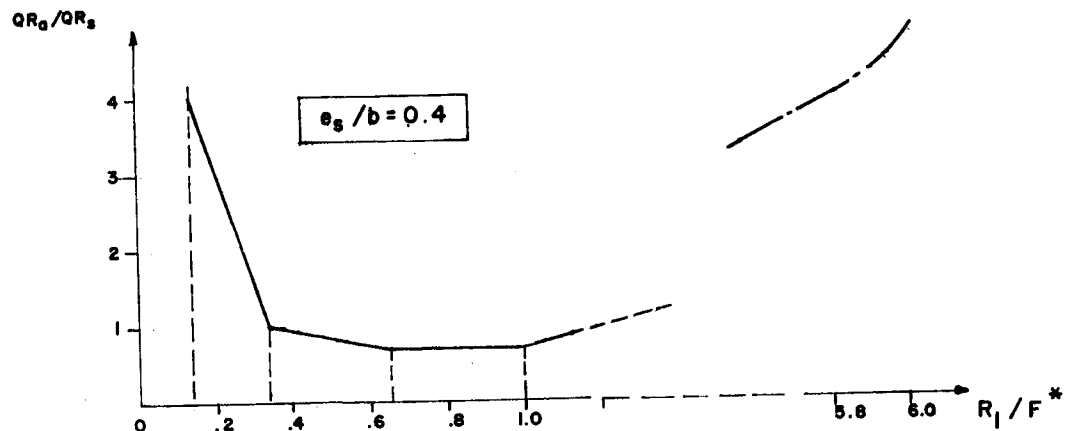


FIGURA 12

Si se tienen dos edificios de un entrepiso que tengan iguales valores para la masa, el radio de giro centroidal y la matriz de rigideces (de orden  $3 \times 3$ ), éstos se comportarán en forma idéntica ante cualquier excitación sísmica que no haga incursionar a algún elemento en el intervalo no lineal. Los once parámetros, que son iguales en los dos edificios, definen al problema físico, independientemente de la distribución de rigideces que tuviera. En cambio, si estos mismos edificios tienen también igual excentricidad en resistencias,  $e_r$ , en

general se comportarán en forma muy distinta cuando sus elementos incursionen en el intervalo no lineal, ya que este comportamiento depende de muchos factores, como las distribuciones de rigidez y resistencias y, sobre todo, de los extremos de estas últimas, información que no ofrece el parámetro  $e_r$ . La excentricidad en las resistencias constituye un parámetro que no da información y que no se debe considerar en el problema de la torsión no lineal.

Se infiere que a priori no había justificación para trabajar con el parámetro  $e_r$ . Al definirlo se cometió el error lógico llamado de petición de principio, ya que parte de la conclusión, la importancia de  $e_r$  esta considerada en una de las premisas.

Se debe señalar que algunos ingenieros estructuristas, por tratar de cumplir con la Norma, han especulado que quizás el centro de resistencias sea un punto de la línea de acción de la resultante de fuerzas iguales a las resistencias, aplicadas en los elementos resistentes. Difícilmente sucede así, pues en un análisis dinámico las fuerzas resistentes de los elementos no son simultáneamente iguales a las resistencias.

#### V.- COMENTARIOS SOBRE EL CENTRO DE TORSION

En la Norma se define el centro de resistencias como el centroide de ellas, por lo que se infiere, ya que no se dice explícitamente, que igual definición pudiera aplicarse al centro de torsión. En general esta definición del centro de torsión es errónea, aun para edificios de un entrepiso, cuando se tienen marcos no ortogonales en planta (ver Apéndice VIII). El error equivale a confundir el centro de torsión de un perfil angular, que se encuentra en su vértice, con el centroide de la sección.

La definición más adecuada de los centros de torsión de edificios de múltiples pisos es la siguiente: "Los centros de torsión de los entrepisos de un edificio son los puntos en los que, al aplicar en ellos las fuerzas cortantes producidas por un sistema de fuerzas horizontales, sólo se tienen desplazamientos de sus entrepisos sin rotación o torsión." Basados en esta definición es posible calcular los centros de torsión de edificios donde se utilice el análisis tridimensional, empleando la matriz de rigidez del edificio de orden igual  $3n_N \times 3n_N$ , siendo  $n_N$  el número de entrepisos (3). Las posiciones de los centros de torsión son funciones de las matrices de rigidez de los elementos resistentes, de orden  $n_N \times n_N$ , así como de la distribución de las fuerzas horizontales por lo que, en un análisis dinámico, el centro de torsión no es un invariante estructural (4).

El llamar centros de torsión a los puntos de los entrepisos así definidos se puede prestar a confusión, ya que se usa el mismo



término en los libros clásicos de resistencia de materiales, para el punto en el que al aplicar una fuerza a un perfil no se producen torsiones; pero es evidente de que se trata de dos conceptos distintos, el primero se funda en la hipótesis de que las losas son rígidas (diafragmas rígidos en cada entrepiso) y que sus desplazamientos están acoplados de acuerdo a la matriz de rigidez del edificio, en cambio el segundo se obtiene a partir de la distribución de esfuerzos cortantes en un campo libre de desplazamientos.

## VI.- CONCLUSIONES

Si se desea estudiar a fondo el fenómeno de la torsión no lineal será necesario llevar a cabo estudios teóricos con modelos apegados a las prácticas comunes del diseño estructural y que consideren la variación de todos los parámetros reales que intervengan. Un efecto que también deberá considerarse es la interacción suelo-estructura, que puede agravar el problema de la torsión no lineal.

El objetivo de este artículo no fue sólo criticar a la Norma y el estudio en que se basó, sino también tratar de señalar algunos de los aspectos que deben contemplar los futuros modelos teóricos y experimentales. Se presentó también la obtención general de los centros de torsión de edificios.

La Norma debe ser modificada, porque el modelo en que se basó tiene características tales que lo hacen completamente irreal en el campo del diseño estructural, además de que no se estudia en forma adecuada el problema de la torsión no lineal.

Si de alguna forma se pudiera valorar el parámetro  $e_r$  en estructuras reales, no se tendría información sobre valores extremos de las resistencias, por lo que no es un parámetro que tenga relación con el fenómeno de la torsión no lineal.

A juicio del autor, el mayor error del estudio fue tratar de introducir por primera vez en la ingeniería estructural, sin justificación alguna, el concepto del parámetro  $e_r$ , que habrá de desechar en las futuras investigaciones.

## VII.- RECONOCIMIENTOS

El autor agradece el enorme apoyo y comprensión que le proporcionaron los miembros de la Mesa Directiva de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, sobre todo su presidente el Ing. José Luis Sánchez Martínez. Agradece también las valiosas sugerencias y comentarios de los ingenieros: Oscar de Buen, Enrique del Valle, Jesús Iglesias, José Luis Camba, José Luis Trigos, Francisco García Jarque, Enrique Martínez Romero y José María Cid, este último

proporcionó la copia de la Sección 2312 del Código de la SEAOC. Pero sobre todo agradezco a los ingenieros estructuristas, que dando grandes muestras de sentido común, nunca aplicaron la Norma, ellos me motivaron a realizar el presente trabajo. El autor agradece al Dr. Emilio Rosenblueth sus valiosos comentarios y las correcciones de estilo que hizo al presente artículo.

La Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, con base en lo expuesto en este artículo, ha pedido a las autoridades competentes la modificación de la Norma; sin el apoyo del Ing. Francisco Noreña Casado, Secretario General de Obras y Servicios del D.F., no hubiera sido posible esta petición. Siempre hubo una actitud de franca apertura de parte de las autoridades del D.F.. El Ing. Alejandro Rivas, desde el principio, también nos brindó su decidido apoyo.

Mención especial merecen mis alumnos de la clase de Tópicos Estructurales, que imparto en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, los que con su entusiasmo e inquietud, me obligaron a estudiar la Norma, para poder explicarsela en clase.

Por último debo dar constancia de que los doctores Luis Esteva y Emilio Rosenblueth, del Instituto de Ingeniería, cuando les comuniqué los resultados de este artículo, se mostraron abiertos a la crítica, aceptando las principales objeciones al estudio que sirvió de base a la Norma.

## APENDICE I

### Ecuaciones diferenciales del modelo

#### 1.- Ecuación diferencial en el rango lineal

Sean  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  los desplazamientos de los tres elementos, por ser la losa rígida se cumple que

$$\begin{aligned} u_1 &= u - (0.5 + e) v \\ u_2 &= u - e v \\ u_3 &= u + (0.5 - e) v \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} u &= \text{desplazamiento del centro de masa} \\ v &= b \theta \\ \theta &= \text{rotación de la losa} \\ e &= e_s/b \end{aligned}$$

Sean  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  las rigideces de los tres elementos. Aplicando las ecuaciones de la dinámica se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales en el rango lineal:

$$\begin{aligned} (K_1 + K_2 + K_3)u - [K_1(0.5 + e) + K_2e - K_3(0.5 - e)]v + \frac{W}{g} \ddot{u} &= \frac{W}{g} \ddot{x}_g(t) \\ - [K_1(0.5 + e) + K_2e - K_3(0.5 - e)]u + [K_1(0.5 + e)^2 + K_2e^2 + \\ + K_3(0.5 - e)^2]v + \frac{W}{g} \left(\frac{r_c}{b}\right)^2 \ddot{v} &= 0 \end{aligned}$$

Si las tres rigideces de los elementos son iguales a  $K$ , se obtiene la siguiente simplificación:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} \begin{bmatrix} 1 & -e \\ -e \frac{1}{6} + e^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 \left(\frac{r_c}{b}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde

$$T = \text{periodo natural } \left( \frac{3Kg}{W} = \frac{4\pi^2}{T^2} \right)$$

$\ddot{x}_g(t)$  = aceleración del terreno (acelerograma del sismo según su localización, SCT ó CU)

$r_c$  = radio de giro rotacional inercial de la losa, con respecto a un eje centroidal perpendicular a su plano.

## 2.- Ecuación diferencial en el rango no lineal

Para este caso se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$f_1 + f_2 + f_3 + \frac{W}{F^*} \ddot{u} = - \frac{W}{F^*} \frac{\ddot{x}_g(t)}{g}$$

$$-f_1(0.5+e) - f_2e + f_3(0.5-e) + \frac{W}{F^*} \left( \frac{r_c}{b} \right)^2 \frac{\ddot{u}}{g} = 0$$

donde

$$f_i = F_i/F^*$$

$F_i$  = fuerza que obra en el elemento  $i$ , obtenida del diagrama esfuerzo deformación (bilineal histerético estable)

$$F_i = F_i(u_i, R_i, t)$$

$F^*$  = fuerza sísmica de diseño

Obsérvese que

$$\frac{W}{F^*} = 1/c$$

$c$  = coeficiente sísmico de diseño dinámico

Además, en el rango lineal se tiene la siguiente relación entre  $f_i$  y  $u_i$

$$f_i = \left[ \frac{4}{3} - \frac{\pi^2}{9T^2} \frac{W}{F^*} \right] \cdot u_i$$

Obsérvese que el término entre paréntesis corresponde a  $K/F^*$ .

Definamos el parámetro  $\alpha$

$$\alpha = \frac{\sum \text{Rigideces de elementos centrales}}{\sum \text{Rigideces de elementos de borde}}$$

Considerando las mismas hipótesis del estudio obtengamos las relaciones que deben cumplir las resistencias para cualquier valor de  $\alpha$ :

$$R_1 \geq \left( \frac{6 + \alpha}{10(1 + \alpha)} - \left( \frac{e_s}{b} \right) \right) F^*$$

$$R_2 = \left( \frac{\alpha}{1 + \alpha} \right) F^*$$

$$R_3 = \left( \frac{6 + \alpha}{10(1 + \alpha)} + 1.5 \left( \frac{e_s}{b} \right) \right) F^*$$

La ecuación diferencial resulta

$$\frac{4 \pi^2}{T^2} \begin{bmatrix} 1 & -e \\ -e & \frac{1}{4(1+\alpha)} + e^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \left( \frac{r_c}{b} \right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

### APENDICE III

#### Artículo de Tso y Sadek

En la figura 13 se muestra el modelo de Tso y Sadek. Al igualar las frecuencias laterales y torsionales desacopladas, se obtiene

$$\frac{4Kg}{\omega} = \frac{4(1/2 L)^2 Kg}{\omega_{rc}^2}$$

donde  $L^2 = d^2 + b^2$   
 $r_c^2 =$  cuadrado del radio de giro de la inercia rotacional  
 centroidal de una losa de espesor uniforme  
 $= 1/12 (D^2 + B^2)$

Despejando a  $L^2$  se obtiene

$$L^2 = 4 r_c^2$$

o bien

$$d^2 + b^2 = \frac{D^2 + B^2}{3}$$

pero  $d/b = D/B$

por lo tanto

$$d = D / \sqrt{3} \quad b = B / \sqrt{3}$$

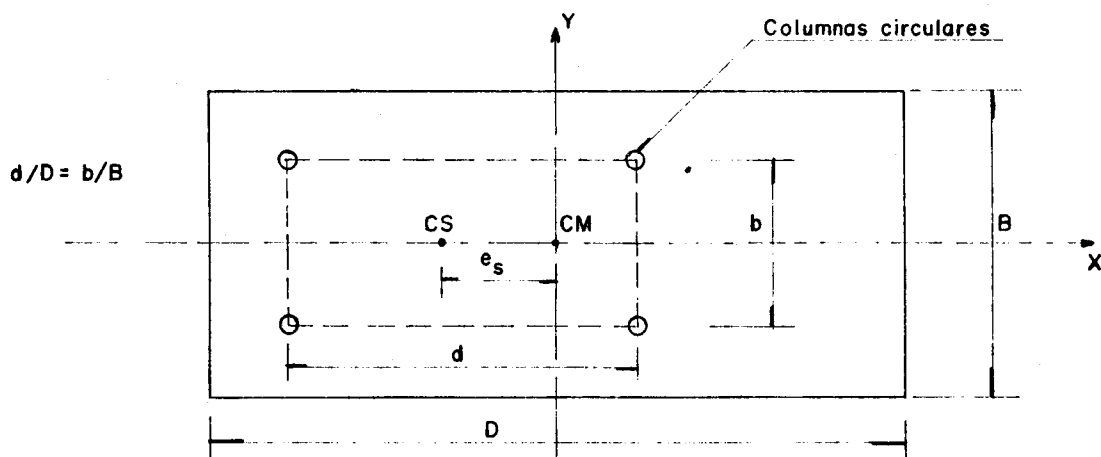


FIGURA 13

## APENDICE IV

### Inercia rotacional centroidal

El momento de inercia rotacional centroidal de una losa rectangular, de masa  $W/g$ , con distribución no uniforme de su masa, como la mostrada en la figura 14, tendrá su valor máximo cuando la masa esté concentrada lo más lejos de su centroide o sea en sus esquinas. Los valores de las concentraciones serán tales que no cambie dicho centro.

Las concentraciones valdrán

$$W_1 = W_2 = 1/2(0.5 - e_s/b)W$$

$$W_3 = W_4 = 1/2(0.5 + e_s/b)W$$

por lo tanto

$$I_z = \frac{W}{g} r_c^2 \leq b^2 / g \left[ (W_1 + W_2) \{ (0.5 + e_s/b)^2 + (1/2 h/b)^2 \} + (W_3 + W_4) \{ (0.5 - e_s/b)^2 + (1/2 h/b)^2 \} \right]$$

$$\text{o bien } \frac{r_c^2}{b^2} \leq (0.5 + e_s/b)(0.5 - e_s/b) + 1/4(h/b)^2 \quad \dots \text{IV-1}$$

si  $e_s/b$  igual a 0.4, se tiene

$$K_{\theta\theta c} = Kb^2 \left[ (0.9)^2 + (0.4)^2 + (0.1)^2 \right]$$

$$K_{\theta\theta c} = 0.98 Kb^2$$

por lo tanto

$$\left( \frac{r_c}{b} \right)^2 = \frac{K_{\theta\theta c}}{3Kb^2} = 0.3267$$

sustituyendo en IV-1

$$0.3267 \leq (0.9)(0.1) + 1/4 (h/b)^2$$

$$0.2367 \leq 1/4 (h/b)^2$$

$$h/b \geq 0.973$$

La expresión anterior nos demuestra que para que haya una distribución real de masas para  $e_s/b$  igual a 0.4 es necesario que la relación  $h/b$  sea mayor o igual a 0.973. Obsérvese que para el valor límite de  $h/b$  corresponden masas concentradas en las cuatro esquinas.

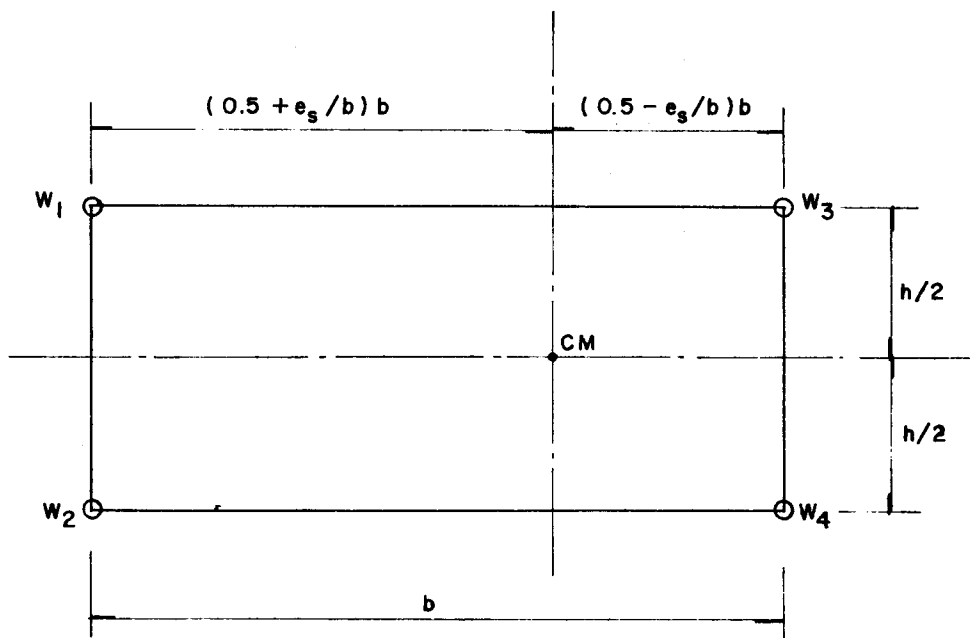


FIGURA 14

## APENDICE V

### Modelo propuesto

En este modelo se tienen las siguientes relaciones para las rigideces y las resistencias

$$K_1 = \left( \frac{1 + 4e}{1 - 2e} \right) K$$

$$K_2 = K_3 = K$$



$$\begin{aligned}
 R_1 &= \left[ \frac{13(1+4e)}{30(1+3e)} \right] F^* \\
 R_2 &= \left[ \frac{5+8e+15e^2}{15(1+3e)} \right] F^* \\
 R_3 &= \left[ \frac{13+61e+30e^2}{30(1+3e)} \right] F^*
 \end{aligned}$$

El valor de  $R_1$  en función de  $e_r$

$$R_1 = \left[ \frac{13+61e+30e^2+2\varepsilon(23+77e+60e^2)}{30(1+3e)(1-2\varepsilon)} \right] F^*$$

donde

$$e = e_s / b ; \quad \varepsilon = e_r / b$$

1.- Ecuación diferencial en el rango lineal

Sean  $u_1, u_2, u_3$  los desplazamientos de los tres elementos

$$u_1 = u - 1/2 v$$

$$u_2 = u$$

$$u_3 = u + 1/2 v$$

donde

$u$  = desplazamiento del centro de masa

$v$  =  $b\theta$

$\theta$  = rotación de la losa

Aplicando las ecuaciones de la dinámica se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales en el rango lineal.

$$\frac{4\pi^2}{T^2} \begin{bmatrix} 1 & -e \\ -e & \frac{1+e}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \left(\frac{r_c}{b}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\ddot{x}_g(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

## 2.- Ecuaciones diferenciales en el rango no lineal

En este caso se tienen las siguientes ecuaciones diferenciales

$$f_1 + f_2 + f_3 + \frac{W}{F^*} \frac{\ddot{u}}{g} = - \frac{W}{F^*} \frac{\ddot{x}_g(t)}{g}$$

$$0.5(-f_1 + f_3) + \frac{W}{F^*} \left( \frac{r_c}{b} \right)^2 \frac{\ddot{y}}{g} = 0$$

donde

- $f_i = F_i / F^*$
- $F_i$  = fuerza que obra en el elemento i, obtenida del diagrama esfuerzo deformación (bilineal histerético estable)
- $F^*$  = fuerza sísmica de diseño

## APENDICE VI

### Marcos transversales

En la figura 15 se muestra al modelo estudiado agregándole marcos transversales, con la misma distribución de rigideces que los longitudinales. Obtengamos primero la rigidez torsional con respecto al centro de torsión sin considerar los marcos transversales:

$$K_{\theta\theta ct} = 0.5 K b^2$$

A continuación calculemos esta rigidez tomando en cuenta a los marcos transversales

$$K'_{\theta\theta ct} = K b^2 \left[ 0.5 + 1/2(h/b)^2 \right]$$

por lo tanto

$$\frac{K'_{\theta\theta ct}}{K_{\theta\theta ct}} = 1 + (h/b)^2$$

Si  $h/b$  es igual a 2 se incrementa en 400% la rigidez torsional. Para ese valor de  $h/b$ , que es bastante común en las estructuras reales, se tienen para  $e_s/b$  igual a 0.4 los siguientes valores de las fuerzas  $F_i$ .

$$F_1 = 0.2733 F^*$$

$$F_2 = 0.3333 F^*$$

$$F_3 = 0.4733 F^*$$

Expresiones muy diferentes a las que aparecen anteriormente, que corresponden a las mismas fuerzas, pero sin considerar los marcos transversales.

No solo cambian las fuerzas  $F_i$ , sino también obviamente las resistencias  $R_i$ , así como las ecuaciones diferenciales en el rango lineal y en el no lineal, puesto que habrá que considerar la influencia de estos marcos transversales, aumentando a tres el número de variables (dos desplazamientos laterales y la rotación).

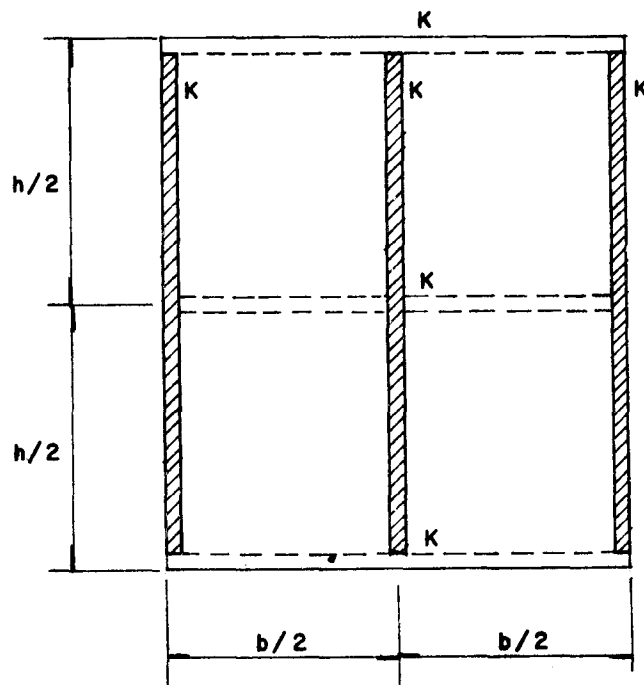


FIGURA 15

## APENDICE VII

### Relación entre $R_1$ y $e_r$

En el modelo del Instituto de Ingeniería, se puede deducir la siguiente expresión para  $R_1$  :

$$r_1 = \frac{(1-2e + 2\epsilon) (13 + 45e) - 20(e-\epsilon)}{30(1 + 2e - 2\epsilon)}$$

donde

$$e = e_s / b$$

$$\epsilon = e_r / b$$

$$r_1 = R_1 / F^*$$

Para  $e_s / b$  igual a 0.2, se tiene la siguiente expresión

$$r_1 = \frac{9.2 + 64 (e_r / b)}{42 - 60(e_r / b)}$$

para  $e_s / b$  igual a 0.3

$$r_1 = \frac{4.6 + 73 (e_r / b)}{48 - 60(e_r / b)}$$

Para  $e_s / b$  igual a 0.4

$$r_1 = \frac{-1.8 + 82 (e_r / b)}{54 - 60 (e_r / b)}$$

Para las abscisas de la figura 12

( $e_s / b = 0.4$ )

$e_r / b$	$R_1 / F^*$
0	-0.033
0.1	0.133
0.2	0.3476
0.3	0.6333
0.4	1.0333
0.737	6.0000
0.8	10.6333
0.9	$\infty$

(valor inadmisibles)

## APENDICE VIII

### Centro de torsión

#### 1.- Centro de torsión

Se presentan las expresiones de las coordenadas del centro de torsión ( $x_T$ ,  $y_T$ ) de un edificio de múltiples pisos, donde se utilicen las rigideces de entrepiso para cada marco. Las expresiones que a continuación se presentan se aplican a cada entrepiso:

$$x_T = \frac{K_{xx} (\sum K_i x_i s_i^2 - \sum K_i y_i s_i c_i) + K_{xy} (\sum K_i y_i c_i^2 - \sum K_i x_i s_i c_i)}{K_{xx} K_{yy} - K_{xy}^2}$$

$$y_T = \frac{K_{yy} (\sum K_i y_i c_i^2 - \sum K_i x_i s_i c_i) + K_{xy} (\sum K_i x_i s_i^2 - \sum K_i y_i s_i c_i)}{K_{xx} K_{yy} - K_{xy}^2}$$

donde

$$K_{xx} = \sum K_i c_i^2$$

$$K_{yy} = \sum K_i s_i^2$$

$$K_{xy} = \sum K_i s_i c_i$$

$$K_i = \text{rigidez de entrepiso del marco } i$$

$$x_i, y_i = \text{coordenadas de un punto cualquiera del marco } i \text{ (ver figura 16)}$$

$$s_i = \text{sen } \beta_i$$

$$c_i = \text{cos } \beta_i$$

$$\beta_i = \text{ángulo que forma el eje } x \text{ con el eje del marco } i$$

Las sumatorias se llevan a cabo sobre todos los marcos del entrepiso.

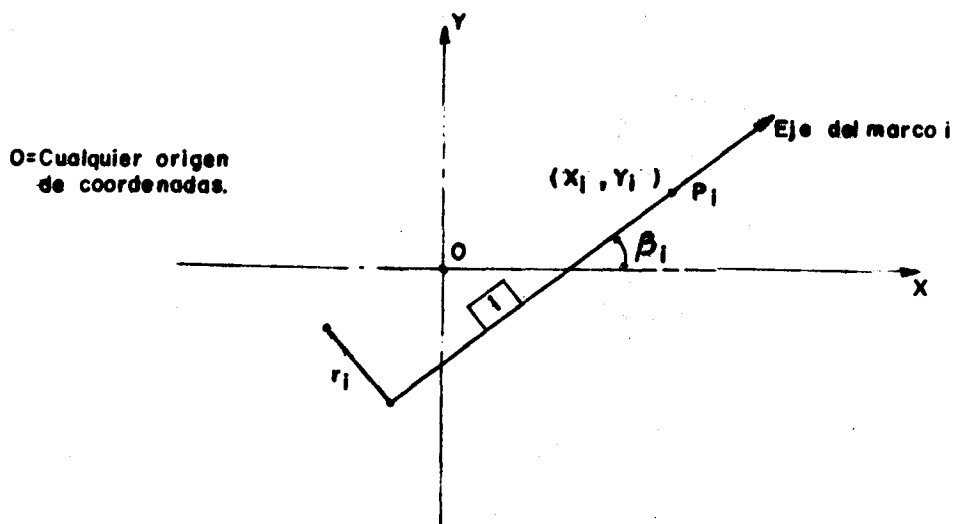


FIGURA 16

Si  $K_{xy}$  es nula, lo que corresponde a ejes principales de rigidez (5), las expresiones para las coordenadas del centro de torsión se simplifican:

$$x_T = \frac{\sum K_i x_i^2 s_i^2 - \sum K_i y_i c_i s_i}{K_{yy}}$$

$$y_T = \frac{\sum K_i y_i^2 c_i^2 - \sum K_i x_i c_i s_i}{K_{xx}}$$

## 2.- Excentricidades

Sean  $x_c$ ,  $y_c$  las coordenadas del centro de cortante del entrepiso.

Las excentricidades de diseño  $E_{d1}$  y  $E_{d2}$  se obtienen con las siguientes expresiones:

$$e_{d1} = 1.5 e + 0.1b \text{ SIG}(e)$$

$$e_{d2} = e - 0.1b \text{ SIG}(e)$$

$$E_{d1} = \max (e_{d1}, e_{d2})$$

$$E_{d2} = \min (e_{d1}, e_{d2})$$

donde  $e = y_T - y_c$ , si el sismo es paralelo a X  
 $e = x_c - y_T$ , si el sismo es paralelo a Y  
 $SIG(e) = +1$ , si  $e \geq 0$   
 $SIG(e) = -1$ , si  $e < 0$

Estas expresiones coinciden con las que aparecen al final del inciso 8.6 de las Normas Complementarias, sin embargo el autor las ha modificado para mayor claridad y por razones que expondrá mas adelante.

### 3.- Obtención de las fuerzas cortantes de cada marco.

Se presenta un método simplificado para distribuir la cortante total de entrepiso entre cada uno de sus marcos. El método sólo es válido cuando se trabaja con rigideces de entrepiso, que como ya se ha dicho vale aproximadamente para fuerzas estáticas, no así para análisis dinámicos, en los que será necesario trabajar con las matrices de rigidez de la estructura obtenida en función de las matrices de rigidez de marcos o muros.

En las fórmulas que a continuación se presentan se supone que el origen de coordenadas coincide con el centro de torsión.

a) Sismo paralelo a X:

$$V_i = K_i V \left[ \frac{c_i K_{yy} - s_i K_{xy}}{K_{xx} K_{yy} - K_{xy}^2} + \frac{r_i E_{dk}}{K_{\theta\theta}} \right]$$

Si  $K_{xy}$  es nula, se tiene la siguiente simplificación

$$V_i = K_i V \left[ \frac{c_i}{K_{xx}} + \frac{r_i E_{dk}}{K_{\theta\theta}} \right]$$

b) Sismo paralelo a Y:

$$V_i = K_i V \left[ \frac{s_i K_{xx} - c_i K_{xy}}{K_{xx} K_{yy} - K_{xy}^2} + \frac{r_i E_{dk}}{K_{\theta\theta}} \right]$$

Si  $K_{xy}$  es nula,

$$V_i = K_i V \left[ \frac{s_i}{K_{yy}} + \frac{r_i E_{dk}}{K_{\theta\theta}} \right]$$

donde

$V_i$  = fuerza cortante del marco i

$r_i = x_i s_i - y_i c_i$  (esta fórmula nos da la distancia del centro de torsión al marco i, con signo)

$K_{\theta\theta} = K_i r_i^2$

$E_{dk}$  = excentricidades de diseño ( $k = 1, 2$ )

$V$  = fuerza cortante total en el entrepiso

Se deben analizar todos los entrepisos del marco i con  $k = 1$  y posteriormente todos con  $k = 2$ , diseñando al marco para la condición mas desfavorable.

#### 4.- Comentario final

Cuando los marcos son ortogonales en planta, las fórmulas presentadas coinciden con las han usado desde hace 25 años los ingenieros estructuristas mexicanos (6).

La razón del requisito de analizar todos los entrepisos del marco con las condiciones correspondientes a  $E_{d1}$  y luego con las de  $E_{d2}$  obedecen a que se debe cumplir que en las dos condiciones las resultantes de fuerzas cortantes de todos los entrepisos estén del mismo lado (izquierda o derecha para sismo en X, arriba o abajo para sismo en Y),



cuando las excentricidades son pequeñas. Si no existiera este requisito, podrían quedar las resultantes de las fuerzas cortantes en lados alternados, dependiendo del signo calculado de la excentricidad, que puede ser positivo o negativo aleatoriamente, dependiendo de los errores de redondeo del cálculo.

## APENDICE IX

### Centro de torsión vs centro de giro

En ocasiones, en el análisis estructural se confunde al centro de torsión de un entrepiso con su centro de giro, el objeto de este apéndice es hacer algunas observaciones sobre los dos centros. Por facilidad y sin que se pierda generalidad, trataremos el caso de un edificio de un entrepiso.

Se demuestra que cualquier campo de desplazamientos plano de una losa rígida es equivalente a una rotación alrededor de un punto. A ese punto se le llama el centro instantáneo de rotación cuando los desplazamientos son pequeños o, simplemente el centro de giro, cuando los desplazamientos son de cualquier tamaño. Es evidente que el centro de giro no se desliza.

El centro de torsión, como ya se ha visto, es un punto de la losa en el que, al aplicar fuerzas horizontales, no se producen rotaciones, o bien es el punto alrededor del cual gira la losa cuando se aplican solo momentos. Por lo tanto, el desplazamiento total de todos los puntos de la losa, producido por fuerzas horizontales aplicadas en el centro de cortante, será igual a la suma de dos condiciones:

- 1.- Una traslación producida por las fuerzas aplicadas en el centro de torsión.
- 2.- Una rotación alrededor del centro de torsión, producida por un momento igual a la fuerza horizontal multiplicada por la excentricidad (distancia del centro de cortante al centro de torsión).

De lo anterior se infiere que si, hay fuerzas horizontales, el centro de torsión experimenta desplazamientos, producidos por la primera condición, por lo que no coincide con el centro de giro, a menos que sobre la losa obren solo momentos, como en la segunda condición, que no es lo que ocurre en un análisis sísmico.

Si se utilizan programas para análisis sísmico que no calculen el centro de torsión, como por ejemplo el ETABS, se obtienen en cada nivel los desplazamientos del origen de coordenadas ( $u_o, v_o, \theta_o$ ) de la losa; con ellos se puede obtener la posición del centro de giro, lo que resulta un problema geométrico sencillo; bastará con trazar una normal al vector  $\bar{u}_o + \bar{v}_o$ , que pase por el origen de coordenadas, y

encontrar un punto, sobre la normal, a una distancia tal que multiplicada por  $\theta_0$  se obtenga la magnitud del vector  $\bar{u}_0 + \bar{v}_0$ . El punto así obtenido es el centro de giro correspondiente a ese campo de desplazamientos, que se supone es pequeño.

Como ya se ha visto, la posición del centro de torsión se obtiene en función de las rigideces y del sistema de fuerzas horizontales, por lo que no es posible obtenerlo a partir de los resultados que arrojen programas como ETABS, a menos que a éstos se les modifique en su programación.

Dado un campo plano de desplazamientos existe una infinidad de combinaciones equivalentes de traslación y rotación, por lo que a partir del campo no está determinada la posición del centro de torsión.

Obsérvese que si el centro de cortante coincide con el centro de torsión, la losa tendrá solo traslaciones, o sea que el centro de giro se encuentra en un punto al infinito.

## REFERENCIAS

- (I) Información proporcionada personalmente por el M. en I. Jesús Iglesias.
- (1) Gómez, R., Ayala, G, y Jaramillo, J. D, "*Influencia de la excentricidad en resistencias de los elementos estructurales, sobre la respuesta sísmica de edificios*", pp. C-15 a C-29 de las Memorias del VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Querétaro, Qro., noviembre de 1987.
- (2) Tso, W. y Sadek, A. W. "*Inelastic response of eccentric buildings subjected to bi-directional ground motions*", Memorias de la VIII Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica, San Francisco, Cal., Vol. IV, pp 203-210.
- (3) Dany, J. y Alcocer, M., M. en C., "*Obtención del centro de torsión de edificios*" Memorias del VII Congreso de Ingeniería Sísmica, Querétaro, Qro., noviembre 1987.
- (4) Ridell, R. Vázquez, J. "*Existence of resistance and torsional uncoupling of earthquake response of buildings*", Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica. - San Francisco, Cal., 1984.
- (5) Dany, J., "*Diagonalización de matrices de rigidez de edificios*". Revista de Ingeniería, México, D. F., enero - marzo 1978.
- (6) Rosenblueth, E. y Esteva, L., "*Diseño sísmico de edificios*", Folleto Complementario al Reglamento de Construcciones del D. F., México, D. F., 1962.