

UN METODO DE LABORATORIO PARA DETERMINAR LOS PARAMETROS DINAMICOS  
DE LOS SUELOS PARA PEQUEÑOS NIVELES DE DEFORMACION ( $<10^{-5}$ )



Rigoberto Rivera Constantino<sup>1</sup>

RESUMEN

Se expone un método de laboratorio que conduce a la determinación simultánea del módulo de Young y de la relación de Poisson para deformaciones inferiores a  $10^{-5}$ . El método se basa en el estudio del espectro de resonancias axiales de una barra cilíndrica, en el marco de la teoría elasto-dinámica, que emplea la ecuación de Pochhammer.

La determinación del coeficiente de amortiguamiento se realiza mediante la técnica del ancho de banda, correspondiente a cada frecuencia de resonancia de la probeta de suelo.

En este trabajo se discuten los resultados obtenidos con el método propuesto, en una arena de granulometría uniforme ensayada en estado seco y saturado.

1. INTRODUCCION

Es bien conocido que, para los rangos de deformación que se presentan en la mayoría de las obras de ingeniería civil, los suelos tienen un comportamiento no lineal e irreversible; sin embargo, ante deformaciones inferiores a  $10^{-4}$ , se puede aceptar que los suelos tienen un comportamiento elástico lineal. La determinación de los parámetros mecánicos, correspondientes a esos niveles de deformación, es de gran importancia en el estudio de la propagación de las ondas en los suelos, así como en la interpretación de los métodos geosísmicos.

<sup>1</sup> Profesor, División de Ingeniería Civil, Topográfica y Geodésica, Facultad de Ingeniería, UNAM.

En este trabajo se presenta un método de laboratorio desarrollado en la Escuela Central de París, Francia [1, 2, y 3], que permite la determinación simultánea del Módulo de Young,  $E_{\max}$ , y de la relación de Poisson,  $\nu$ , para deformaciones inferiores a  $10^{-5}$ . El método está basado en el estudio del espectro de resonancias axiales de una muestra cilíndrica de suelo, partiendo de las hipótesis de que el material es elástico lineal, homogéneo e isótropo.

La determinación del coeficiente de amortiguamiento,  $\beta$ , se realiza mediante el cálculo de los anchos de banda, correspondientes a cada frecuencia de resonancia de la probeta.

## 2. GENERALIDADES

La teoría de Hertz conduce en el caso de dos esferas elásticas iguales y sometidas a una fuerza normal  $N$  a un contacto plano circular de radio  $r$ , tal como se muestra en la fig 1. Dicho radio se expresa como:

$$r = (C N R)^{1/3} \quad (1)$$

donde  $R$  es el radio de las esferas y  $C = 3(1 - \nu^2)/4E$ , es una constante que depende de las propiedades elásticas del material del cual están hechas dichas esferas, siendo en este caso el módulo de elasticidad,  $E$ , y la relación de Poisson,  $\nu$ .

Tomando en cuenta la simetría del problema, el estado de esfuerzos en la superficie de contacto se reduce únicamente al esfuerzo normal  $\sigma(\rho)$ , el cual sigue una variación elíptica de acuerdo con la expresión:

$$\sigma(\rho) = \frac{3N}{2\pi r^3} (r^2 - \rho^2)^{1/2} \quad (2)$$

en donde  $\rho$  es el eje de las abscisas en la fig 1.

Por otra parte, el desplazamiento relativo,  $\delta$ , que se genera entre los centros de las dos esferas está dado por:

$$\delta = \frac{2r^2}{R} \quad (3)$$

Las ecs (1), (2), y (3) conducen a la determinación del módulo tangente,  $E_T$ , en el caso de dos esferas iguales, sometidas a una carga normal  $N$ .

Tomando como base los trabajos de Hertz, Biarez [4] calculó los módulos isotrópicos,  $E_o$ , para diferentes arreglos de esferas iguales. El autor mencionado encuentra que tales módulos se pueden expresar como:

$$E_o = \frac{3}{2} \xi^{2/3} \sigma_o^{1/3} \quad (4)$$

donde  $\sigma_o$  representa el esfuerzo isotrópico aplicado y  $\xi$  es el módulo de elasticidad semi-cúbico dado por:

$$\xi = \frac{4}{3K} \left( \frac{E}{1 - \nu^2} \right) \quad (5)$$

en donde K es una constante que depende del tipo de arreglo.

La ec (4) muestra que el comportamiento mecánico de arreglos de esferas iguales, sometidos a un estado de esfuerzos isotrópico, es un fenómeno reversible pero no lineal: el módulo de compresión isotrópico varía con la raíz cúbica del esfuerzo isotrópico.

### 3. DESCRIPCION DEL APARATO

El aparato utilizado consiste esencialmente en una cámara triaxial modificada, en el interior de la cual se coloca una muestra de suelo suspendida por medio de resortes (fig 2). Dicha muestra se encuentra cubierta por una membrana impermeable y por dos tapas metálicas ligeras que constituyen la base y la cabeza de la misma. El drenaje de la probeta se realiza generalmente por la base mientras que la cabeza sirve de apoyo a un imán y a un pequeño acelerómetro. Una bobina eléctrica, al ser alimentada y colocada muy cerca del imán, crea una excitación electro-magnética (senoidal) que puede ser controlada en magnitud y en frecuencia de acuerdo con las condiciones del ensaye. Los valores de las frecuencias de resonancia medidos en los ensayos, varían con el tipo de material y con la presión de confinamiento. Para la arena uniforme utilizada en este trabajo, dichos valores fueron entre 300 Hz y 4500 Hz. La respuesta en aceleración del sistema probeta-aparato se registra por medio del acelerómetro. Esta respuesta es amplificada a través de un amplificador-condicionador, con el objeto de lograr una señal suficientemente potente que pueda ser medida en el voltímetro y al mismo tiempo registrada adecuadamente (fig 3). El intervalo de deformaciones que se manejan en la prueba es entre  $10^{-5}$  y  $10^{-7}$ .

Desde un punto de vista práctico, la prueba consiste en medir las frecuencias de resonancia del sistema probeta-aparato, lo cual conduce a la determinación de las aceleraciones máximas correspondientes a cada modo de vibrar del sistema (en general los tres primeros modos).

Teóricamente, dos frecuencias de resonancia son suficientes para conocer los parámetros mecánicos del material en estudio, ellos son el módulo de Young y la relación de Poisson, en el caso de la teoría de la elasticidad lineal.

#### 4. TEORIA DEL APARATO

##### 4.1. Modos propios longitudinales de una barra cilíndrica

Pochhammer [5], llevó a cabo un estudio general sobre la determinación de los modos propios longitudinales de una barra cilíndrica, de radio  $a$  y de longitud infinita, suponiendo un material elástico lineal homogéneo e isótropo.

Dicho investigador llegó a una ecuación que relaciona la velocidad de fase,  $c$ , el número de onda,  $k$ , y los parámetros que caracterizan la ecuación constitutiva del material. Ella se escribe como:

$$\begin{aligned} & \frac{2p}{a} (q^2 + k^2) J_1(pa) J_1(qa) - (q^2 - k^2)^2 J_0(pa) J_1(qa) \\ & - 4k^2 pq J_1(pa) J_0(qa) = 0 \end{aligned}$$

donde  $J_0$  y  $J_1$  son las funciones de Bessel de primera especie de orden 0 y 1, respectivamente. Por otra parte, los valores de  $p$  y  $q$  están definidos como:

$$p^2 = \left( \frac{\omega}{c_p} \right)^2 - k^2 \quad (7)$$

$$q^2 = \left( \frac{\omega}{c_s} \right)^2 - k^2 \quad (8)$$

donde  $\omega$  representa la frecuencia circular ( $\omega = 2\pi F$ , siendo  $F$  la frecuencia de excitación, en Hz), mientras que  $c_p$  y  $c_s$  son las velocidades de las ondas compresionales y de cortante, respectivamente. Ellas pueden expresarse a su vez en función de los parámetros elásticos del material del cual está constituida la barra, esto es:

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2(1 + \nu)}} \quad (9)$$

$$c_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (10)$$

donde  $\rho$  y  $G$  son la masa específica del material y el módulo de rigidez al cortante, respectivamente.

La ecuación de Pochhammer puede expresarse en forma adimensional, haciendo intervenir en ésta los parámetros adimensionales  $(c/c_0)^2$ ,  $(ka)$  y  $\nu$ ; donde  $c_0$  es la velocidad de fase, que satisface la ecuación Pochhammer en el caso de un análisis unidimensional.

Es común representar la solución de la ecuación de Pochhammer como una familia de curvas en el plano  $(a/\lambda)-(c/c_0)^2$ , paramétricas en los valores de la relación de Poisson; donde  $\lambda$  es la longitud de onda. Una familia de tales curvas debida a Boelle [1] se muestra en la fig 3.

#### 4.2. Módulo de Young y relación de Poisson

Desde un punto de vista práctico, el procedimiento a seguir para la determinación de los parámetros elásticos del material en estudio consiste en :

1. Medir las diferentes frecuencias de resonancia ( $F_1$ ) de la probeta.
2. Calcular los números de onda  $k_1$  de la probeta mediante un análisis unidimensional, tomando en cuenta las condiciones experimentales del ensaye: masa y geometría de la cabeza y base de la probeta, rigidez del resorte de suspensión y condiciones de frontera.
3. Conocidos los valores de  $k_1$  y  $k_2$ , y utilizando la ecuación de Pochhammer, se calculan los valores de módulo de Young y de la relación de Poisson.
4. Cuando es posible medir experimentalmente más de dos frecuencias de resonancia de la probeta, se puede obtener un mejor valor de la relación de Poisson mediante el ábaco que se muestra en la fig 4.

#### 4.3. Coeficiente de amortiguamiento.

Las propiedades geométricas de las curvas aceleración-frecuencia de una probeta de suelo, sometida a una excitación de frecuencia variable, pueden utilizarse para evaluar el coeficiente de amortiguamiento del material. En efecto, es muy común caracterizar dichas curvas, en un entorno de la resonancia, por su ancho de banda (fig 5). Así el coeficiente de amortiguamiento del material se calcula como:

$$\beta = \frac{F_1 - F_2}{F_0} \quad (11)$$

donde

$\beta$  = ancho de banda; para un material viscoelástico y para valores pequeños de la relación de amortiguamiento,  $D$ ,  $\beta$  es igual a  $2D$ .

$F_1$  y  $F_2$  = valores de las frecuencias en los puntos 1 y 2 de la curva de respuesta, para una ordenada  $a_{\max}/\sqrt{2}$ .

$F_0$  = frecuencia de resonancia para el modo correspondiente.

En el caso de un material viscoelástico, los anchos de banda son proporcionales a la frecuencia de excitación.

#### 5. CARACTERISTICAS DEL MATERIAL

Se trata de una arena fina de cuarzo, uniforme, de granos angulosos y con tamaños de partículas comprendidos entre 0.1 y 0.6 mm. En la fig 6 se muestra la curva granulométrica del material utilizado, mientras que en la tabla 1 se consignan las principales características granulométricas de dicho material.

Tabla 1. Características granulométricas de la arena de Hostun

| $S_s$ | $D_{10}$<br>(mm) | $D_{30}$<br>(mm) | $D_{50}$<br>(mm) | $D_{60}$<br>(mm) | $\frac{D_{60}}{D_{10}}$ | $\frac{D_{30}^2}{D_{60}D_{10}}$ | $e_{\max}$ | $e_{\min}$ |
|-------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------------|---------------------------------|------------|------------|
| 2.65  | 0.17             | 0.24             | 0.27             | 0.31             | 1.8                     | 1.0                             | 0.99       | 0.65       |

## 6. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Las pruebas de resonancia longitudinal sobre la arena de Hostun, para deformaciones lineales menores que  $10^{-5}$ , permiten estudiar la influencia de la presión de confinamiento,  $\sigma_0$ , la relación de vacíos,  $e$ , y la saturación sobre el módulo de Young, que en lo sucesivo llamaremos  $E_{\max}$  (aclarando que, para deformaciones inferiores a  $10^{-5}$  y estando fijos los demás parámetros que influyen sobre los valores del módulo de Young, éste resulta independiente del nivel de deformación, adoptando así su valor máximo,  $E_{\max}$ ), el coeficiente de amortiguamiento  $\beta$  y la relación Poisson  $\nu$ .

### 6.1. Módulo de Young

De acuerdo con los trabajos de Hertz, el módulo de Young de un material granular, puede expresarse como:

$$E_{\max} = \alpha \sigma_0^n \quad (12)$$

donde  $\alpha$  es un parámetro que depende, entre otros factores, de la naturaleza del material y de su compacidad. El coeficiente  $n$  representa la pendiente de la recta  $\text{Log } E_{\max} = \alpha_1 + n \text{ Log } \sigma_0$ ; siendo  $\alpha_1$  una constante.

#### 6.1.1. Influencia de la presión isotrópica

Para estudiar la influencia de la presión  $\sigma_0$  sobre el módulo  $E_{\max}$ , es necesario mantener constante el parámetro  $\alpha$  en la expresión 12.

En el intervalo de presiones de confinamiento utilizadas en este trabajo, que varió entre 25 kPa y 600 kPa, se consideró que la compacidad del material era la misma al inicio y al final del ensayo. Por lo que partiendo de una probeta de arena de compacidad conocida, se hizo variar la presión  $\sigma_0$ , con el objeto de estudiar el efecto de ésta sobre el módulo  $E_{\max}$ .

Adicionalmente, se aplicaron varios ciclos de presión isotrópica en cada una de las muestras ensayadas, con la finalidad de estudiar la variación de los parámetros mecánicos del material en cada uno de los ciclos.

En la fig 7 se muestra, en escala logaritmica, la variación del módulo  $E_{max}$  con la presión  $\sigma_0$  para tres compacidades del material. Puede observarse que el módulo  $E_{max}$  sigue una ley de variación lineal con la presión  $\sigma_0$ . Sin embargo, los valores de la pendiente  $n$  no son constantes. Ellos son ligeramente más pequeños para el primer ciclo de presión, existiendo una marcada tendencia a aumentar en los ciclos subsecuentes. Este fenómeno puede atribuirse a una modificación de la anisotropía de fabricación de las probetas de arena, como consecuencia de las deformaciones inducidas por los ciclos de presión isotrópica.

En la tabla 2 se reportan los valores del coeficiente  $n$  para el total de ensayos realizados y para cada uno de los ciclos de presión aplicada. De esta tabla se deduce que un valor promedio del coeficiente  $n = 0.5$ , puede considerarse representativo del conjunto de pruebas efectuadas; en el caso de un arreglo regular de esferas iguales, sometido a un estado de esfuerzo isotrópico, el coeficiente  $n$  es igual a  $1/3$ .

Los resultados experimentales obtenidos en la arena de Hostun muestran que el módulo  $E_{max}$  es una función no lineal de la presión  $\sigma_0$  ( $n = 0.5$ ).

Tabla 2. Valores del coeficiente  $n$  para la arena de Hostun

| Número de ensayos | 1er. Ciclo isotrópico                 | Ciclos isotrópicos subsecuentes       |
|-------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 8                 | $0.47 < n < 0.51$<br>$\bar{n} = 0.49$ | $0.48 < n < 0.56$<br>$\bar{n} = 0.53$ |

$\bar{n}$  = valor promedio del coeficiente  $n$

#### 6.1.2. Influencia de la compacidad del material

Normalmente, la influencia de la compacidad del material sobre el módulo de Young, se suele expresar como una función de la relación de vacíos.

Los trabajos de Hardin et al. [6 y 7] en la columna resonante, sobre diferentes tipos de arenas, los condujeron a postular



una ley de variación lineal para la velocidad de las ondas  $c_s$  y  $c_p$ , con la relación de vacíos, para una presión de confinamiento dada. Esta ley se expresa como:

$$c_i = a(b - e) \quad (13)$$

donde  $c_i$  representa la velocidad de las ondas de corte o de compresión; siendo  $a$  y  $b$  dos coeficientes que se determinan experimentalmente.

En el presente trabajo se adoptó la misma formulación propuesta por Hardin et al., para estudiar la influencia de la relación de vacíos sobre el módulo de Young.

La fig 8 muestra la variación de la velocidad  $c_0$  con la relación de vacíos del material, para presiones de confinamiento de 0.1, 0.2 y 0.3 MPa. Cabe aclarar que los puntos experimentales no incluyen el primer ciclo de presión isotrópica aplicado en cada uno de los ensayos. Se observa en dicha figura que los puntos experimentales siguen bastante bien la ley de variación lineal propuesta por Hardin et al. Sin embargo, los coeficientes  $a$  y  $b$  no son independientes de la presión isotrópica aplicada. Por lo tanto, para expresar el módulo de Young a través de una función única de la relación de vacíos, será necesario adoptar valores promedio de los coeficientes  $a$  y  $b$ , en el rango de presiones aplicadas, que varía entre 25 kPa y 600 kPa.

Una vez determinados los diferentes coeficientes que intervienen en el módulo  $E_{max}$ , se proponen para la arena de Hostun las expresiones siguientes:

Para el primer ciclo de presión isotrópica

$$E_{max} = 1145 \frac{(1.61 - e)^2}{1 + e} \sigma_o^{0.5} \quad (14)$$

Para los ciclos subsecuentes

$$E_{max} = 1140 \frac{(1.64 - e)^2}{1 + e} \sigma_o^{0.53} \quad (15)$$

En las expresiones (14) y (15),  $E_{max}$  y  $\sigma_o$  están en MPa.

### 6.1.3. Influencia de la saturación/

Algunas probetas de arena de Hostun fueron saturadas antes del inicio de la prueba de resonancia, lo que permitió, para relaciones de vacíos semejantes, una comparación entre los parámetros mecánicos obtenidos en estado seco y saturado.

En la fig 9 se muestra la variación del Módulo  $E_{max}$  con la presión  $\sigma_0$  para algunas probetas de arena de Hostun, preparadas a diferentes compacidades y ensayadas en estado seco y saturado. Se observa en dicha figura que, para una misma compacidad del material, la saturación provoca un aumento considerable del módulo  $E_{max}$ . Este resultado es completamente lógico, ya que por tratarse de un ensaye de resonancia longitudinal, el módulo medido corresponde al sistema suelo-agua. Dicho fenómeno resulta más marcado para las probetas con una compacidad inicial alta. Así por ejemplo, para las probetas con relaciones de vacíos  $e = 0.66$ , los módulos  $E_{max}$  obtenidos en estado saturado son, en promedio, 28% más grandes que aquellos obtenidos en estado seco (el rango de las presiones  $\sigma_0$  aplicadas fue entre 50 KPa y 400 KPa). En el caso de las probetas menos densas ( $e \approx 0.71$ ), los módulos obtenidos en estado saturado son, en promedio, 18% más grandes en relación con aquellos obtenidos en estado seco. Sin embargo, esta diferencia debe ser un poco menor, ya que la probeta ensayada en estado seco, se encontraba menos densa ( $e = 0.72$ ) que la probeta ensayada en estado saturado ( $e = 0.705$ ).

### 6.2. Coeficiente de amortiguamiento ( $\beta$ )

El coeficiente de amortiguamiento del material se estudió a partir del ancho de banda correspondiente a cada frecuencia de resonancia de la probeta (en general las tres primeras). La fig 10 muestra un ejemplo de registro de la curva de respuesta aceleración-tiempo (ancho de banda).

A continuación se trata lo referente a la importancia relativa de algunos parámetros sobre el coeficiente de amortiguamiento.

#### 6.2.1. Influencia de la frecuencia de resonancia

En la fig 11 se muestra la variación del coeficiente de amortiguamiento con la frecuencia de resonancia, para tres probetas de arena de Hostun preparadas a diferente compacidad. Cabe aclarar que

todos los anchos de banda corresponden al segundo ciclo de presión isotrópica.

Se observa en la fig 11 que el coeficiente de amortiguamiento es prácticamente independiente de la frecuencia de resonancia, que varía entre 500 Hz y 4000 Hz, con un valor medio de 0.8% . Un análisis más detallado de los resultados experimentales conducen a un coeficiente de amortiguamiento que disminuye ligeramente con la frecuencia de resonancia. En contraste, para un material visco-elástico el coeficiente de amortiguamiento es directamente proporcional a la frecuencia de la excitación.

De igual forma se concluye, a partir de la fig 11, que el coeficiente de amortiguamiento es prácticamente independiente de la relación de vacíos inicial de la probeta.

#### 6.2.2. Influencia de la presión de confinamiento

Con el objeto de estudiar la influencia de la presión de confinamiento sobre el coeficiente de amortiguamiento, esta vez la variación de este parámetro se representó en la fig 12 como una función de  $\sigma_0$ , para los dos primeros anchos de banda. Los resultados experimentales reportados en dicha figura conducen a un coeficiente de amortiguamiento que es independiente de  $\sigma_0$ , en el intervalo de 25 kPa a 500 kPa. Sus valores varían entre 0.5% y 1.5% . Dichos resultados no son del todo lógicos, ya que para una misma deformación lineal, al aumentar el esfuerzo de confinamiento en el suelo, se incrementa su rigidez, con lo cual el coeficiente de amortiguamiento debe disminuir. Dado el número de ensayos efectuados, la influencia de la presión de confinamiento sobre el coeficiente de amortiguamiento, merece una mayor investigación.

#### 6.2.3. Influencia de la saturación

En la fig 13 se muestra la variación del coeficiente de amortiguamiento con la frecuencia de resonancia, para dos probetas de arena de Hostun en estado saturado. Se reportan también, con fines de comparación, los valores del coeficiente de amortiguamiento obtenidos en una probeta de arena de Hostun en estado seco.

Los resultados experimentales muestran que el coeficiente de amortiguamiento obtenido en probetas de arena saturada, es superior (en promedio, tres veces mayor), al obtenido en probetas de arena seca, sin importar la compacidad inicial del material. Dicho incremento en los valores del coeficiente de amortiguamiento puede atribuirse a la viscosidad del agua intersticial. Al igual que en el caso de las probetas ensayadas en estado seco, se obtiene un

coeficiente de amortiguamiento independiente de la frecuencia de resonancia (entre 500 Hz y 2500 Hz).

Los valores del coeficiente de amortiguamiento obtenidos a partir de los anchos de banda correspondientes a la primera y segunda frecuencia de resonancia, están representados en la fig 14 en función de la presión efectiva de confinamiento,  $\sigma_0$ . Se observa de dicha figura que, como en el caso de las probetas en estado seco, el coeficiente de amortiguamiento no depende de  $\sigma_0$ , entre 25 kPa y 400 kPa.

### 6.3 Relación de Poisson

La relación de Poisson para el material en estudio fue determinada a partir de las tres primeras frecuencias de resonancia de la probeta y haciendo uso del ábaco de Pochhammer (fig 4); para un material elástico lineal homogéneo e isótropo la solución de la ecuación de Pochhammer conduce, para las dos primeras frecuencias de resonancia de la muestra, al valor del módulo  $E_{max}$  y de la relación  $\nu$ .

A continuación se discute la importancia relativa de algunos parámetros sobre los valores de  $\nu$ .

#### 6.3.1. Influencia de la presión de confinamiento

La fig 15 muestra la variación de  $\nu$  con  $\sigma_0$  para cuatro probetas de arena de Hostun preparadas a diferente compacidad y para el segundo ciclo de presión de confinamiento. En dicha figura se observa que los valores de  $\nu$ , para el rango de presiones aplicadas (entre 25 kPa y 460 kPa), están entre 0.10 y 0.28. Se observa también, que los valores de  $\nu$  no son muy sensibles a la relación de vacíos inicial de la probeta, por lo cual resulta difícil tratar de postular alguna ley de variación.

#### 6.3.2. Influencia de la saturación

Para estudiar la influencia de la saturación sobre los valores de la relación de Poisson, algunas probetas de arena de Hostun fueron preparadas en estado saturado utilizando la técnica de sustitución. Adicionalmente fue utilizada una contrapresión de 150 kPa a 250 kPa, para asegurar una buena saturación de las probetas. El coeficiente B de Skempton fue en todos los casos superior a 0.95. En

la fig 16 se muestra la variación de  $\nu$  en función de  $\bar{\sigma}_0$  para dos probetas de arena de Hostun preparadas a diferente compacidad y en estado saturado. Con fines de comparación se reportan también, sobre la misma fig 16, los resultados correspondientes a una probeta de arena de Hostun en estado seco, preparada con una relación de vacíos igual a una de las probetas en estado saturado. Si comparamos los valores de  $\nu$  para probetas en estado seco y saturado observamos (fig 16) que éstos aumentan de manera importante con la saturación. Los valores de  $\nu$  obtenidos son cercanos a 0.5. Sin embargo, para la probeta con una relación de vacíos  $e = 0.695$  se obtuvieron valores de  $\nu$  relativamente bajos, tomando en cuenta que la probeta se encontraba en estado saturado. Posiblemente esto se debió a una desaturación de la probeta durante la medición de las frecuencias de resonancia correspondientes.

Los resultados obtenidos para la relación de Poisson, tanto en probetas en estado seco como saturado, concuerdan bastante bien con aquéllos reportados en la literatura para materiales con características similares al utilizado en este trabajo [8 y 9].

El conjunto de resultados obtenidos para la arena de Hostun, correspondientes al módulo de elasticidad, el coeficiente de amortiguamiento y la relación de Poisson, muestran que el método experimental expuesto en este trabajo es lo suficientemente confiable, desde el punto de vista ingenieril, como para ser utilizado en la determinación de los parámetros elásticos de los suelos.

## 7. CONCLUSIONES

Las conclusiones que se pueden derivar de este trabajo para la arena de Hostun, son las siguientes:

1. El módulo de elasticidad  $E_{max}$  varía con la presión de confinamiento  $\sigma_0$  elevada a la potencia 0.50. Esto implica que  $E_{max}$  es una función no lineal de  $\sigma_0$ .
2. La velocidad de fase  $c_0$  puede representarse como una función lineal de la relación de vacíos inicial del material. Así la hipótesis establecida por Hardin et al. [6 y 7] se confirma para la arena estudiada.

3. El coeficiente de amortiguamiento  $\beta$  para deformaciones inferiores a  $10^{-5}$  es relativamente pequeño, siendo en promedio del orden de 1 %, el cual no depende de la frecuencia de resonancia (entre 500 Hz y 4500 Hz) ni de la presión isotrópica aplicada (entre 25 KPa y 500 KPa). La historia de esfuerzos isotrópicos a los que fueron sometidas las probetas no condujo a variaciones importantes del coeficiente de amortiguamiento. Se encontró también que la relación de vacíos inicial del material no influye de manera importante en los valores de  $\beta$ . Sin embargo, la saturación del material influye de manera notable en los valores de  $\beta$ . Ellos son tres veces más grandes comparados con los obtenidos en las probetas en estado seco.
4. Los valores de la relación de Poisson, obtenidos para las probetas en estado seco, varían entre 0.10 y 0.28. Ellos son del orden de 0.5 para el mismo material en estado saturado.

## 8. RECONOCIMIENTOS

Algunos de los resultados experimentales presentados en este trabajo fueron obtenidos en el Laboratorio de Mecánica de Suelos y Estructuras de la Escuela Central de París, Francia, como parte de la tesis doctoral del autor, bajo la dirección del Profesor Jean Biarez.

## 9. AGRADECIMIENTOS

Se agradece a las autoridades de la División de Ingeniería Civil, Topográfica y Geodésica de la Universidad Nacional Autónoma de México, las facilidades brindadas para la elaboración de este trabajo y muy especialmente a la Unidad Editorial de la propia División, por el trabajo de dibujo realizado.

## 10. REFERENCIAS

1. BOELLE, J.L.(1983), "Mesure en régime dynamique des propriétés mécaniques des sols aux faibles déformations", Thèse Docteur-Ingénieur, Ecole Centrale de Paris.
2. KTARI, M. (1986), "Contribution à la détermination des caractéristiques mécaniques des sols aux faibles déformations en régime dynamique", Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Paris.
3. RIVERA, C. R. (1989), "Détermination des propriétés mécaniques des sables et des argiles en régime dynamique et cyclique aux faibles déformations", Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Paris.
4. BIAREZ, J. (1962), "Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents", Thèse d'Etat, Grenoble.
5. ACHENBACH, J.D. (1973), "Wave propagation in elastic solids", Nort Holland Publishing Company.
6. HARDIN, B.O. y RICHART, F.E. (1963), "Elastic wave velocities in granular soils", JSMFD, ASCE, VOL. 89, SM1, pp. 33-65.
7. HARDIN, B.O. y DRNEVICH, V.P. (1972), "Shear modulus and damping in soil; measurement and parameter effects" JSMFD, ASCE, Vol. 98, SM7, pp. 603-624.
8. BISHOP, A.W., y BLACK, D.W. (1968), "The value of Poisson's ratio in saturated soils and rocks stressed under undrained conditions", Géotechnique 27, No. 3 pp. 369-384.
9. IMAI T. YOKOTA K. KONNO M., y KURITA Y. (1979), "Dynamic Poisson's ratio of soils measured by cyclic triaxial testing", The 4th annual meeting of Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering.

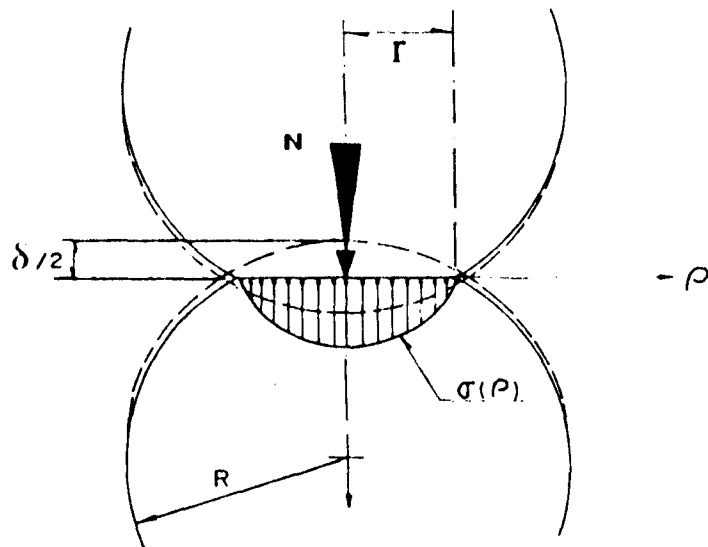
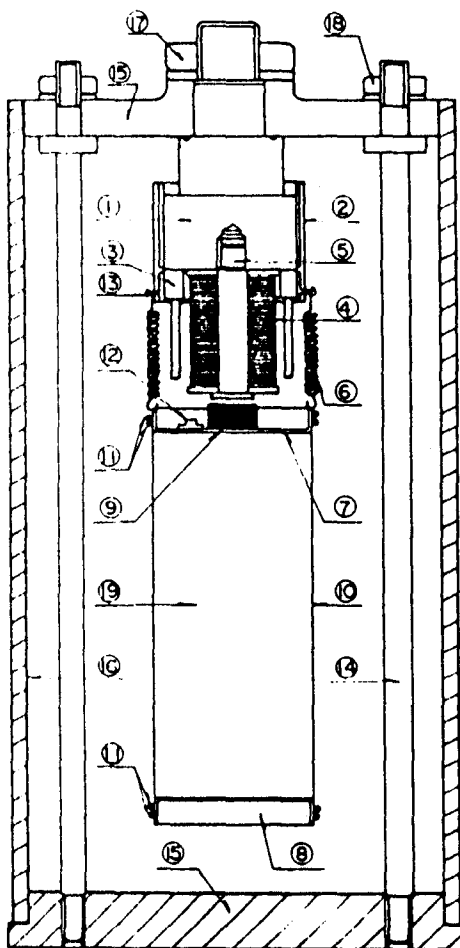


FIG. 1 COMPRESIBILIDAD DE DOS ESFERAS ELASTICAS SOMETIDAS A UNA FUERZA NORMAL N



- 1- PIEZA DE SOPORTE PARA LA BOBINA ELECTRICA
- 2- ANILLO CON CUERDA INTERIOR PARA REGULAR LA POSICION DE LA MUESTRA
- 3- ANILLO DE CIERRE
- 4- BOBINA ELECTRICA
- 5- NUCLEO DE LA BOBINA ELECTRICA
- 6- RESORTES DE SUJECION
- 7- CABEZA DE LA MUESTRA
- 8- BASE DE LA MUESTRA
- 9- IMAN
- 10- MEMBRANA
- 11- LIGAS ELASTICAS
- 12- ACELEROMETRO
- 13- TORNILLOS
- 14- BARRAS METALICAS
- 15- TAPA Y BASE DE LA CAMARA
- 16- LUCITA REFORZADA
- 17- TUERCA PARA FIJAR LA PIEZA QUE SOPORTA LA BOBINA ELECTRICA
- 18- TUERCAS PARA CERRAR LA TAPA DE LA CAMARA

FIG. 2 MONTAJE EXPERIMENTAL (COLUMNA RESONANTE LONGITUDINAL)



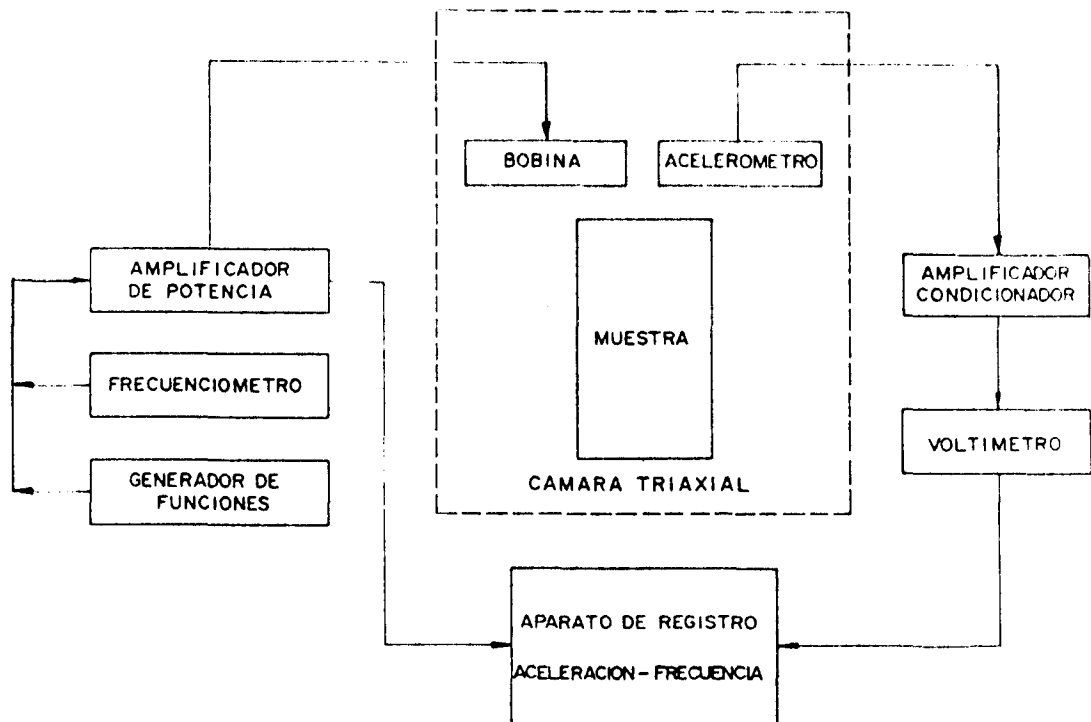


FIG. 3 DIAGRAMA ESQUEMATICO DEL EQUIPO DE MEDICION

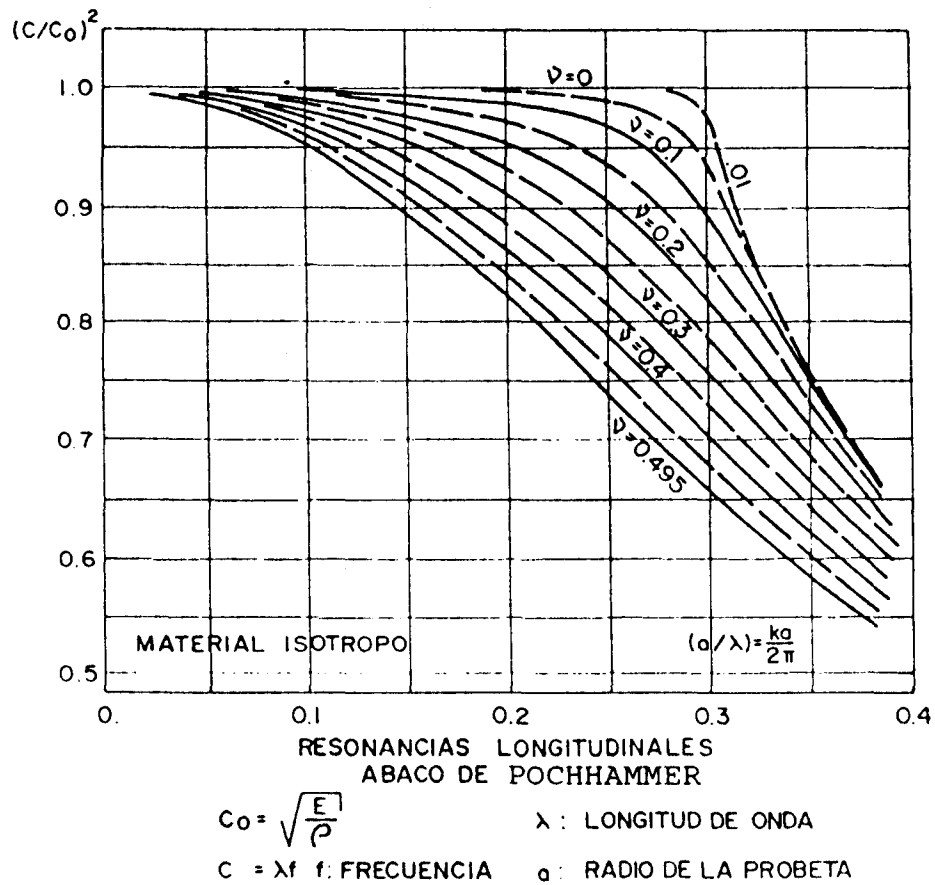


FIG. 4 SOLUCION DE LA ECUACION DE POCHHAMMER PARA EL MODO FUNDAMENTAL PARA DIFERENTES VALORES DE LA RELACION DE POISSON

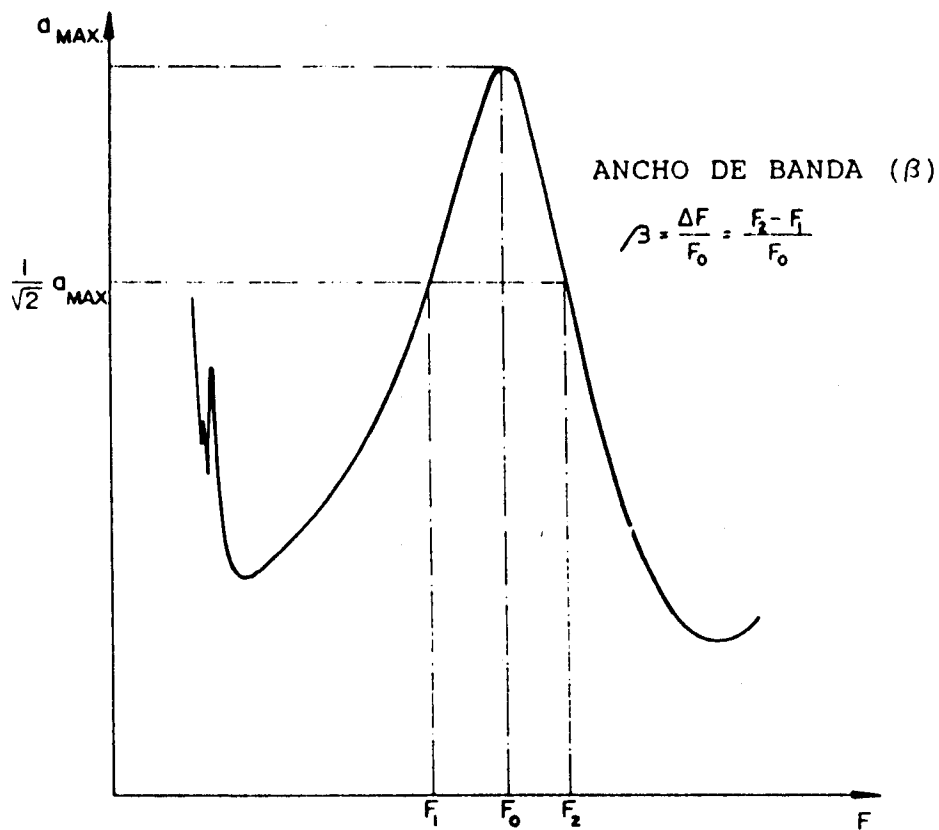


FIG.5 DEFINICION DEL ANCHO DE BANDA

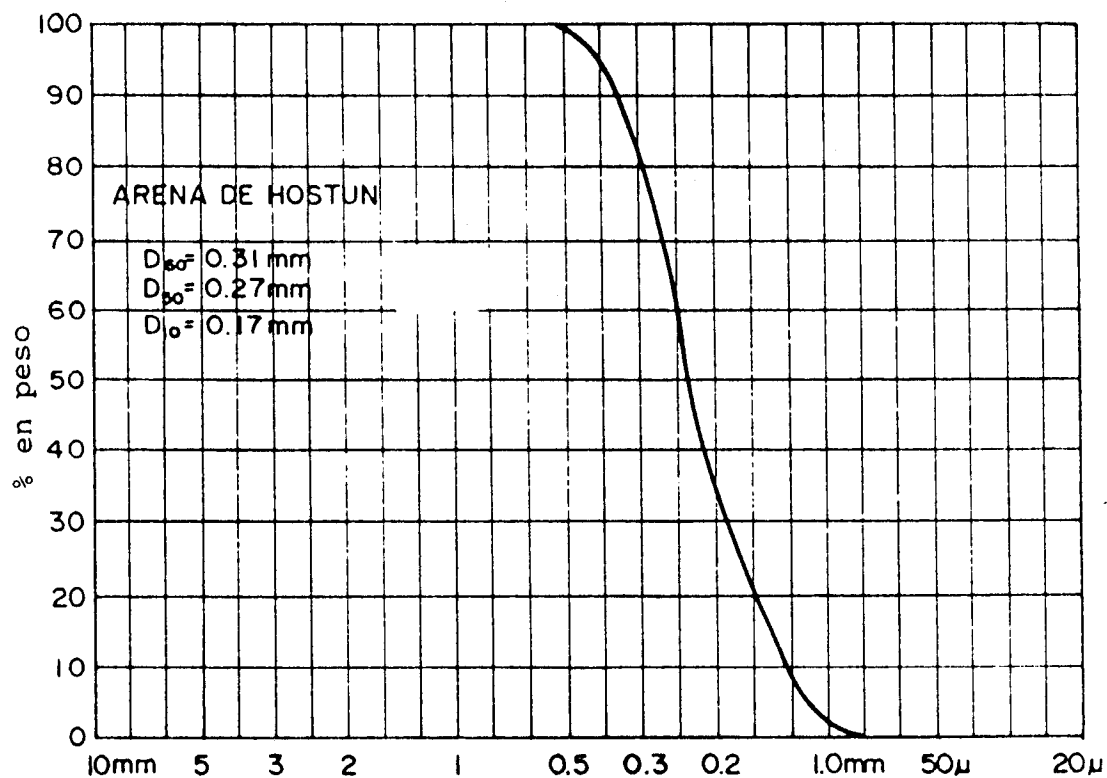


FIG.6 CURVA GRANULOMETRICA DEL MATERIAL ESTUDIADO

ARENA DE HOSTUN (0.1- 0.6 mm) SECA

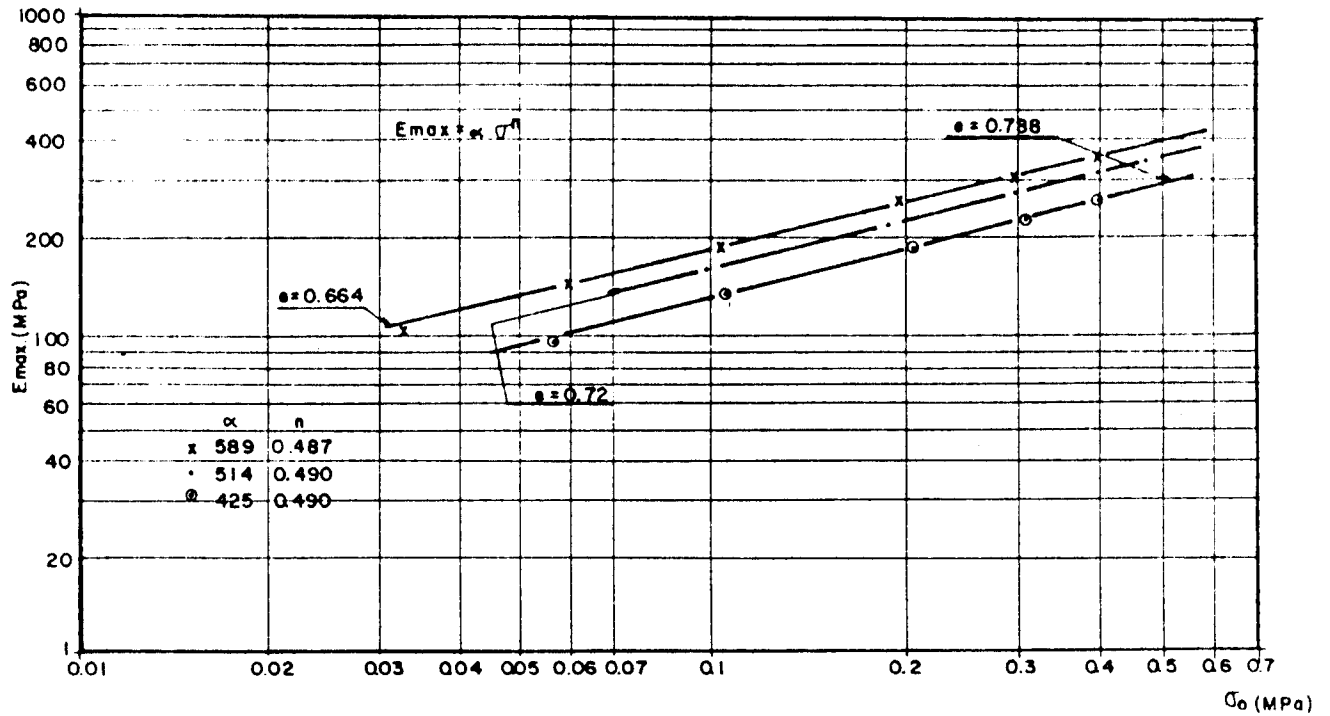


FIG. 7 VARIACION DEL MODULO  $E_{max}$  CON EL ESFUERZO DE CONFINAMIENTO

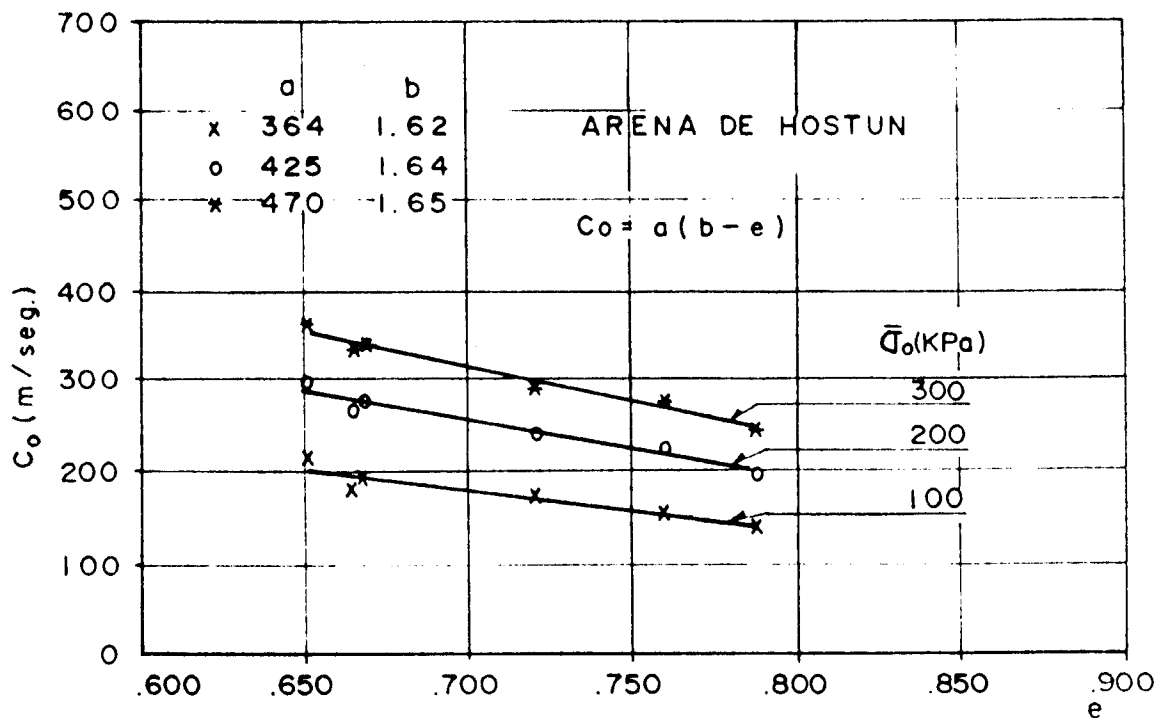


FIG. 8 VARIACION DE LA VELOCIDAD DE FASE  $C_o$  CON LA RELACION DE VACIOS

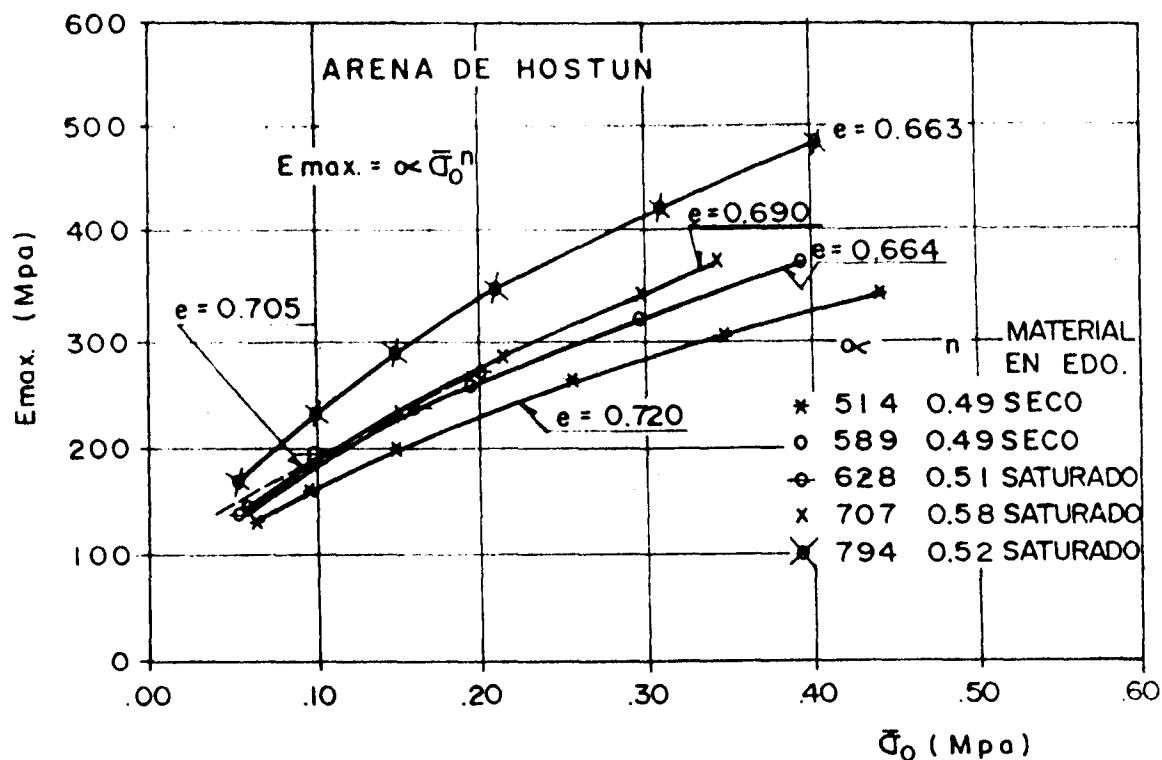


FIG.9 VARIACION DEL MODULO DE YOUNG  $E_{max}$  CON EL ESFUERZO DE CONFINAMIENTO

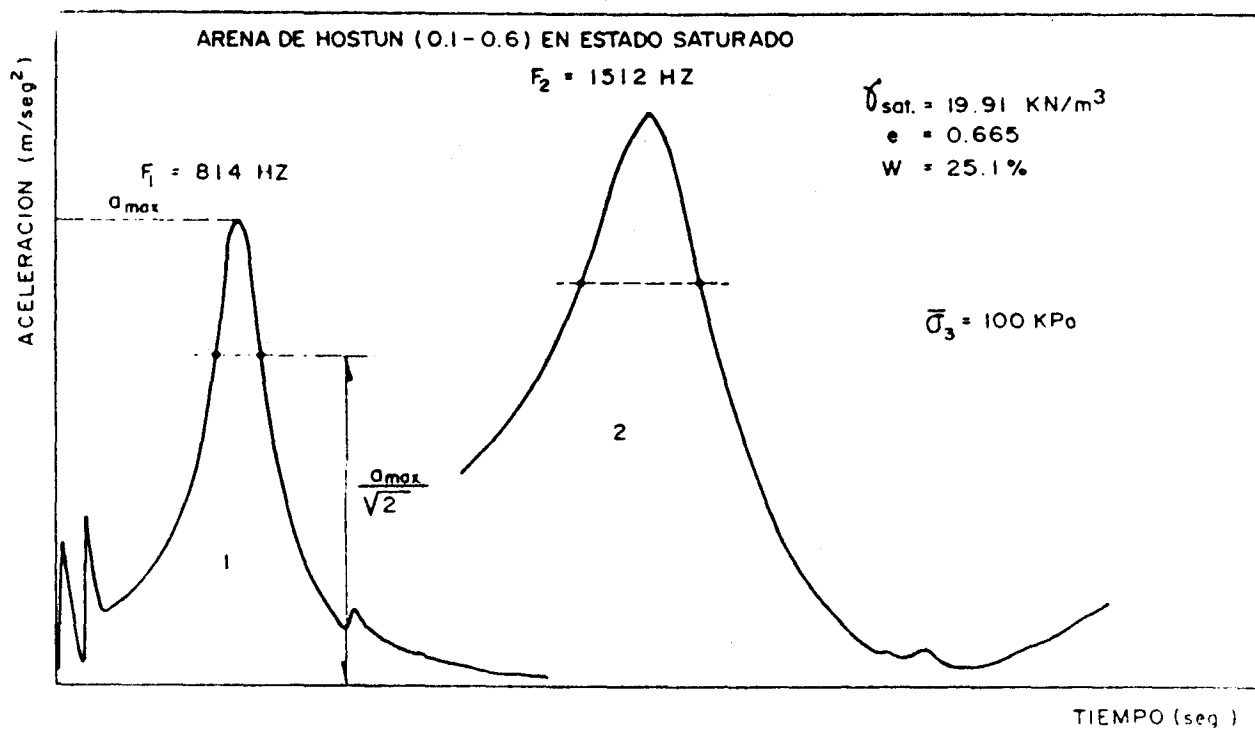


FIG.10 EJEMPLO DE REGISTRO DEL ANCHO DE BANDA

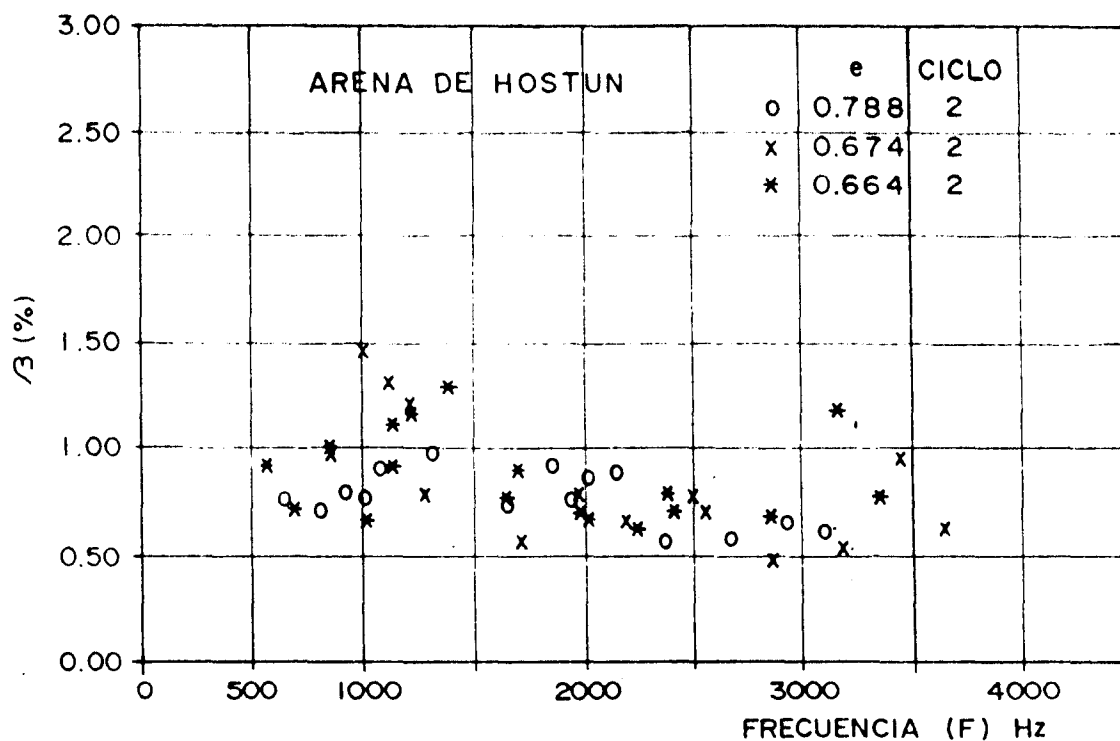


FIG. 11 VARIACION DEL COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO CON LA FRECUENCIA DE RESONANCIA ( $F_i$ ,  $i = 1, 3$ )

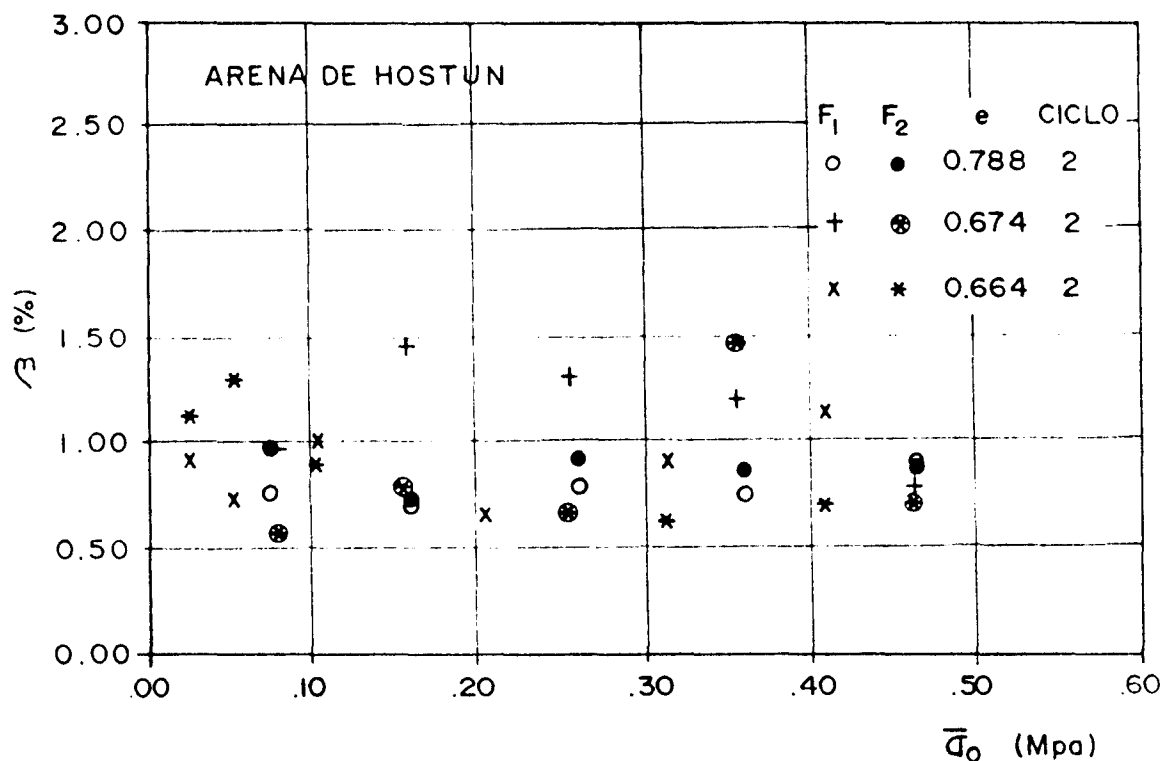


FIG. 12 COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO EN FUNCION DEL ESFUERZO DE CONFINAMIENTO

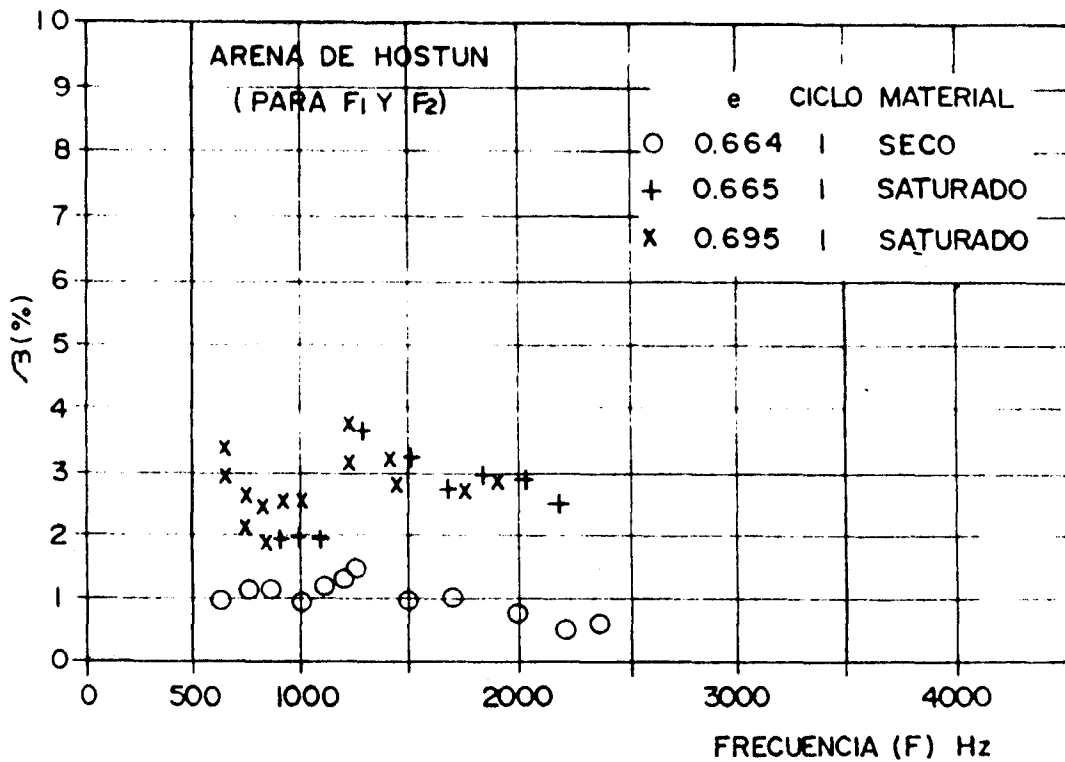


FIG.13 COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO EN FUNCION DE LA FRECUENCIA DE RESONANCIA

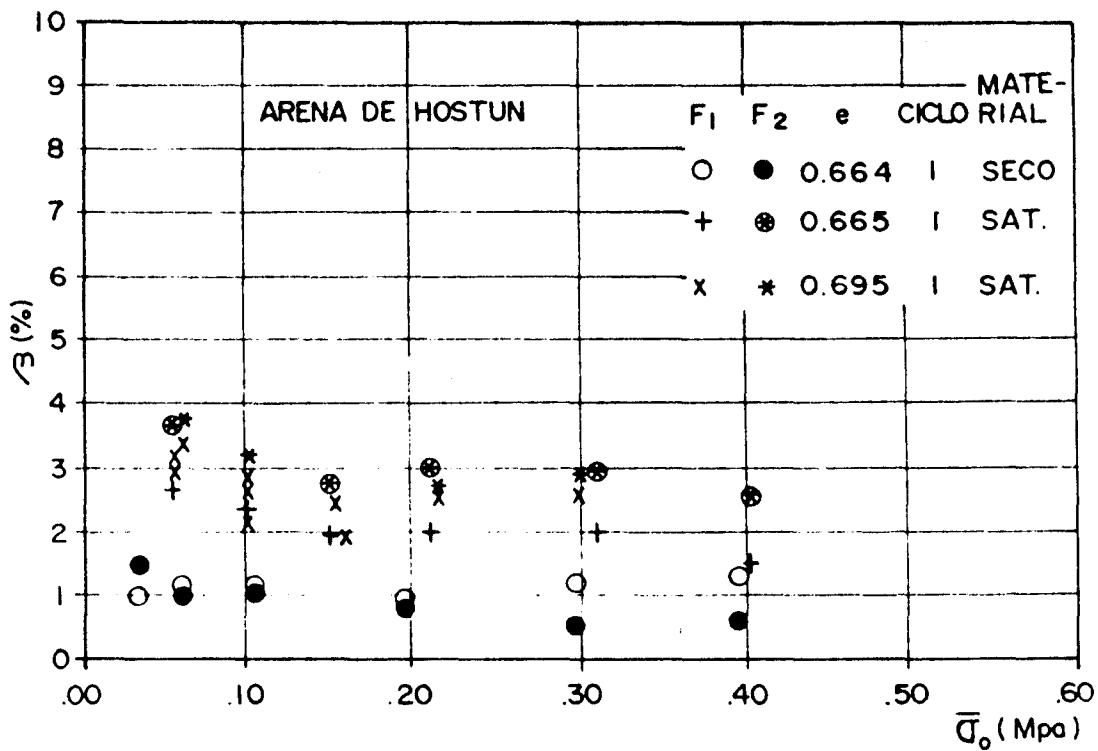


FIG.14 COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO EN FUNCION DEL ESFUERZO DE CONFINAMIENTO

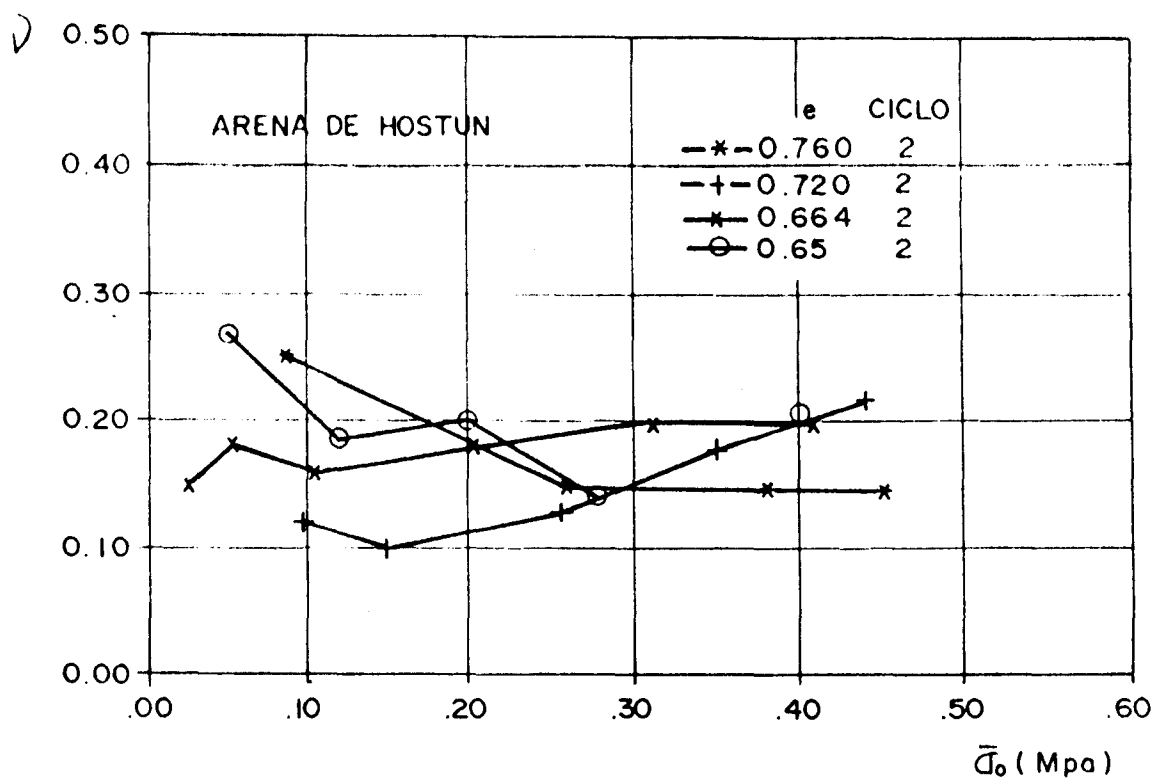


FIG.15 RELACION DE POISSON EN FUNCION DEL ESFUERZO DE CONFINAMIENTO

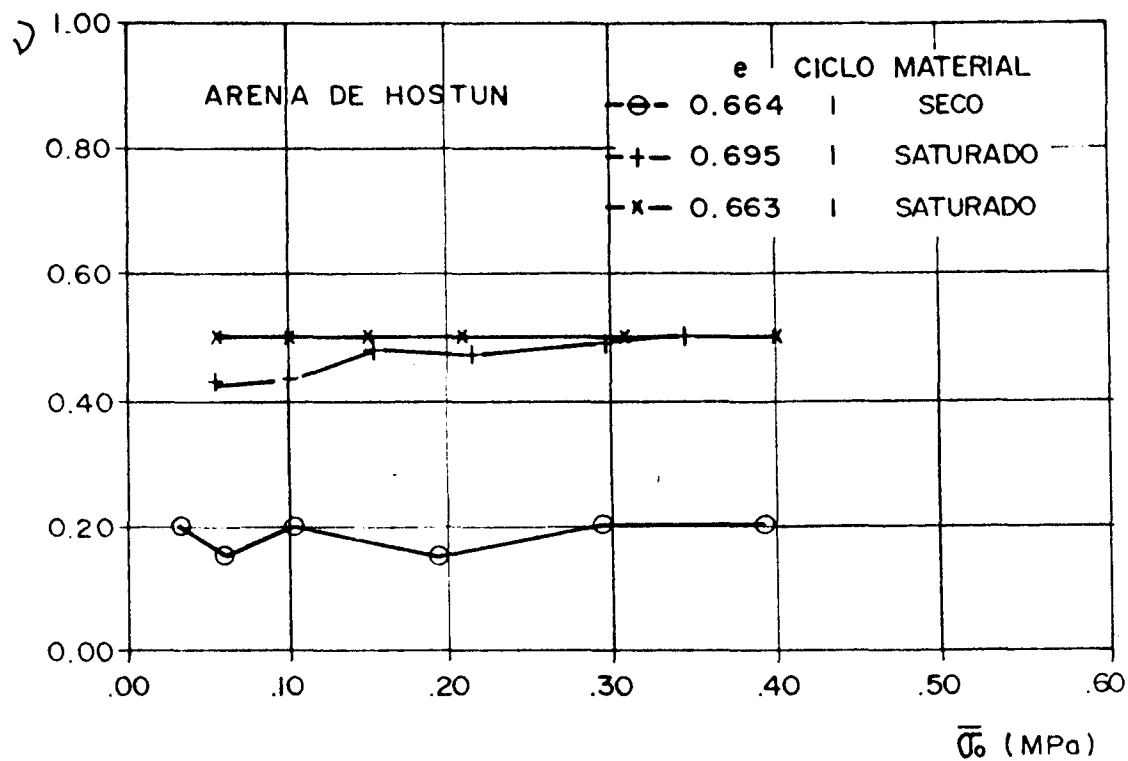


FIG.16 RELACION DE POISSON EN FUNCION DEL ESFUERZO DE CONFINAMIENTO