

## **LEYES DE ATENUACIÓN A PARTIR DE DIVERSOS PLANTEAMIENTOS DE REGRESIÓN**

*Jorge Arboleda<sup>1</sup> y Mario Ordaz<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED)

<sup>2</sup>Instituto de Ingeniería, UNAM, DF, México

### **RESUMEN**

Se detallan algunos de los procedimientos clásicos de regresión para la obtención de leyes de atenuación, así como también una técnica basada en la estadística bayesiana. Se analizan los aspectos físicos más importantes del fenómeno de atenuación de ondas con el fin de establecer un modelo adecuado que los reproduzca. Se hace un ejemplo utilizando las diversas técnicas.

### **ABSTRACT**

Several classical regression techniques to obtain attenuation laws are described, as well as a technique based on Bayesian statistics. The most relevant physical aspects of the attenuation process of the seismic waves are analyzed, in order to establish a reasonable model for them. Examples are presented making use of the various techniques.

## INTRODUCCIÓN

Desde tiempos remotos, la ocurrencia de sismos ha provocado cuantiosas pérdidas materiales y de vidas situando al hombre en la tarea de cómo disminuir sus efectos. La sismología y demás ciencias afines han recurrido al estudio de algunos de los fenómenos involucrados y a la recolección de datos para ajustar los modelos teóricos.

Un aspecto relevante en este proceso son las leyes de atenuación, las cuales relacionan la intensidad del movimiento del terreno con parámetros de la fuente sísmica, como la magnitud, y con la distancia entre aquella y el sitio en donde se evalúa la intensidad. La intensidad, en un sentido amplio, es cualquier parámetro que sirva como fundamento para evaluar los efectos de los temblores en las construcciones civiles, la magnitud se estipula con base en una de las escalas propuestas y la distancia usualmente es la hipocentral, la epicentral o la mínima al área de ruptura.

Los primeros intentos para establecer leyes de atenuación se hicieron relacionando la magnitud y la distancia epicentral con una de las escalas de intensidad macrosísmica. Este es el caso de Esteva (1968), quien propuso una relación luego de analizar las intensidades de Mercalli modificadas correspondientes a varios sismos ocurridos en México. Posteriormente, los datos proporcionados por los aparatos de medición hicieron fijar la atención en la aceleración máxima del terreno como parámetro de estimación (Milne y Davenport, 1969; Esteva y Villaverde, 1973; Bufaliza, 1984). Trabajos más recientes reconocen que los daños en las estructuras están mejor correlacionados con las ordenadas de los espectros de Fourier y de respuesta que con el movimiento máximo del terreno y, por ello, toman dichos parámetros para la estimación (Singh *et al*, 1989; Castro *et al*, 1990).

A pesar de que cada vez se cuenta con mayor número de registros de temblores, la información disponible todavía adolece de serias deficiencias. En la mayoría de los casos es incompleta (escasos datos para magnitudes grandes y distancias pequeñas, ausencia del tipo de suelo sobre el que están desplantadas

las estaciones de medición), inexacta (como la determinación de los focos (Singh y Lermo, 1984)) o incompatible (no siempre es posible asignar la magnitud de los eventos a una misma escala a partir de otras (Bender, 1987; Singh y Ordaz, 1993)).

Si bien la calidad y cantidad de información son vitales, el modelo y el procedimiento empleado determinan la validez de los resultados. En cuanto al modelo teórico de atenuación, existe el consenso de que debe contener un número suficiente de parámetros y que ellos deben reflejar los aspectos físicos más relevantes del fenómeno. Los procedimientos son diversos y están basados en regresiones lineales o no lineales de los datos, cuya aplicación puede llevar a conclusiones diferentes e incluso contradictorias.

## MODELO

El modelo general de una ley de atenuación contempla que la aceleración  $A$  aumenta (o por lo menos no disminuye) con la magnitud  $M$  y disminuye (o por lo menos no aumenta) con la distancia  $R$ .

La magnitud es una medida del tamaño del temblor y es calculada con base en el logaritmo de la amplitud  $\delta$  de alguna fase de las ondas registradas a cierto periodo, del tal manera que el esquema fundamental obedece a la siguiente relación:

$$M = \log \delta + f(R) + c_1 + s \quad (1)$$

$f(R)$  corrige la atenuación de  $\delta$  con la distancia y es tal que la magnitud determinada en estaciones localizadas a diferentes distancias es aproximadamente la misma;  $c_1$  es una constante y  $s$  es un factor que corrige la amplificación o deamplificación de las ondas ocasionada por la geología que circunda a las estaciones. Por ejemplo:  $M_L$ , definida originalmente por Richter (1935), se calcula con la máxima amplitud de onda  $S$ ,  $P$  o superficial registrada por un sismógrafo torsional estándar con periodo natural de 0.8 segundos, amortiguamiento de 80% del crítico y amplificación de 2800. La magnitud  $M_s$ , introducida por Gutenberg (1945a), está dada por la fase de ondas superficiales con periodo entre 17 y 23

segundos, mientras que  $m_B$  está basada en la fase de ondas de cuerpo (Gutenberg, 1945b). La aportación relevante más reciente es la llamada magnitud momento (Hanks y Kanamori, 1979), la cual se determina a partir de las características de la fuente sísmica y está directamente relacionada con las ondas de frecuencia muy baja.

Esta forma de cálculo de la magnitud de los temblores sugiere que el modelo teórico de atenuación relacione el logaritmo de la aceleración con la magnitud. Por otro lado, el estudio de la transmisión de ondas de cuerpo en un medio uniforme perturbado por una fuente puntual indica que la amplitud de aquellas varía con el inverso de la distancia.

Con estas consideraciones se establece una forma funcional que refleja aproximadamente el fenómeno físico. Pero las hipótesis empleadas por la teoría son simplificadas en relación con la realidad y, por ello, es necesario introducir parámetros adicionales en la forma funcional, los mismos que se determinan estadísticamente con base en los datos existentes. El resultado es un planteamiento semiempírico que maneja una expresión como la siguiente, donde los coeficientes  $\alpha_i$  son las incógnitas:

$$\text{Log } A = \alpha_0 + \alpha_1 * M + \alpha_2 * \log(R+r) \quad (2)$$

La ecuación (2) conduce a isosistas circulares (debido a la forma del término relacionado con la distancia, llamado atenuación geométrica), hecho que no es estrictamente real, pues se ha observado que sitios localizados a la misma distancia tienen distintas aceleraciones. Sin embargo, esta forma general sigue empleándose con algunas variaciones, las cuales se detallan más adelante. El valor de  $r$  ha sido fijado, en ciertos casos, a un valor constante y utilizado sólo con fines de mejorar el ajuste a los datos; en otros, tiene una dependencia con la magnitud que lo convierte en radio del área equivalente a la de falla, lo que permite una mejor estimación de la distancia hipocentral, especialmente cuando la fuente sísmica es de dimensiones comparables o mayores a la distancia entre ésta y el sitio donde se mide la intensidad.

La formulación de modelos físicos (Brune, 1970) y estocásticos (Hanks y McGuire, 1981;

Boore, 1986) demostró que es posible predecir las amplitudes del movimiento del terreno a partir de parámetros de la fuente. Ellos incorporaron un término adicional dependiente de la distancia, ligado a los efectos de amortiguamiento del suelo, que había sido analizado con anterioridad por Knopoff (1964) y que toma el nombre de atenuación inelástica (el último de la ecuación (3)). Entonces, la ley de atenuación produce mejores resultados si obedece a la siguiente forma funcional:

$$\text{Log } A = \alpha_0 + \alpha_1 * M + \alpha_2 * \log(R+r) + \alpha_3 * R \quad (3)$$

Recientemente, Ordaz y Singh (1992) reformaron el término de atenuación geométrica para considerar el predominio de las ondas de cuerpo cerca de la fuente y de las de superficie en distancia lejanas, dando lugar a una expresión levemente diferente a la anterior:

$$\text{Log } A = \alpha_0 + \alpha_1 * M + \alpha_2 * \log G(R) + \alpha_3 * R \quad (4)$$

$R_x$  es la distancia a partir de la cual predominan las ondas superficiales,  $G(R)=R$  si  $R \leq R_x$  y  $G(R)=(R*R_x)^{1/2}$  si  $R > R_x$ .  $R=(R_0^2+r^2)^{1/2}$  es una distancia hipocentral corregida, calculada con base en la distancia mínima a la falla,  $R_0$ , y en el radio del área equivalente a la de la falla,  $r=h_1*\exp(h_2*M)$ . Esta dependencia exponencial de  $r$  con  $M$  proviene del análisis de las áreas de réplicas de grandes temblores (ver por ejemplo Utsu y Seki, 1955). En la última ecuación los parámetros desconocidos son  $\alpha_i$  ( $i=0$  a 3),  $h_1$  y  $h_2$ .

Algunos autores (Joyner y Boore, 1981; Atkinson y Boore, 1990) distinguen el tipo de suelo a través de otro parámetro en la ecuación (4) que no hace más que clasificar los datos y procesarlos independientemente.

## REGRESIÓN EN UNA ETAPA

Una vez que los datos han sido depurados y asignados a variables consistentes de magnitud y distancia y seleccionada una ecuación de atenuación, es necesario calcular los coeficientes que producen el menor error en la predicción. El procedimiento más simple es recurrir a la regresión lineal por mínimos cuadrados, técnica que es ampliamente conocida (Benjamin y Cornell, 1970; Hines y Montgomery, 1972). Si

R y M son las variables independientes y log A la variable dependiente, el valor esperado del log A dados R y M para cada una de las n realizaciones, conocidos  $h_1$  y  $h_2$ , es:

$$E(y|M,R) = X \alpha \quad (5)$$

Si nos referimos a la ecuación (3),  
 $y^T = (\log A_1, \log A_2, \dots, \log A_j, \dots, \log A_n)$ ,  
 $\alpha^T = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ , y

$$X = \begin{bmatrix} 1 & M_1 & \log R_1 & R_1 \\ 1 & M_2 & \log R_2 & R_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & M_j & \log R_j & R_j \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & M_n & \log R_n & R_n \end{bmatrix}$$

Suponiendo que las observaciones son independientes, los coeficientes desconocidos se obtienen al resolver la ecuación:

$$\alpha = [X^T X]^{-1} X^T y \quad (6)$$

Realizado este procedimiento, cada observación,  $y_j$ , puede ser descrita por  $y_j = x_j \alpha + \epsilon_j$ , donde  $\epsilon$  es el error calculado como la diferencia entre los logaritmos de la observación y de la predicción.

Cabe recordar que, en términos rigurosos, los resultados de una regresión son válidos únicamente dentro del rango de los datos y, por tanto, las extrapolaciones deben tomarse con mucha reserva.

Aplicar indiscriminadamente este procedimiento al caso de atenuación puede llevar a encontrar coeficientes erróneos desde el punto de vista físico, como por ejemplo que  $\alpha_2$  y/o  $\alpha_3$  de la ecuación (3) sean positivos, con lo que se prediría un aumento de la intensidad con la distancia. Otro ejemplo se tiene cuando  $(\alpha_2 + \alpha_2 \cdot M)$  se reemplaza por un polinomio de mayor grado cuyos coeficientes indiquen una disminución de la intensidad a medida que crece la magnitud en algún intervalo de interés.

## REGRESIÓN EN DOS ETAPAS

La regresión en una sola etapa tiene un inconveniente adicional que fue señalado por Joyner y Boore (1981): las incertidumbres ligadas a la distancia afectan directamente al coeficiente (o coeficientes) de la magnitud y viceversa. Para resolverlo, utilizaron una técnica que permite realizar regresiones sobre las dos variables de manera independiente (Draper y Smith, 1966), donde cada dato tiene igual peso en la determinación de la dependencia con la distancia y lo mismo cada temblor en la dependencia con la magnitud. El planteamiento es, entonces, hacer una primera etapa de regresión sobre la distancia tomando como ecuación funcional la siguiente (referida a la ecuación (3)):

$$\log A = B(k) + \alpha_2 \cdot \log R + \alpha_3 \cdot R \quad (7)$$

Aquí se determinan los coeficientes  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  y un valor de B para cada temblor k, lo que da como resultado tantas curvas como número de temblores se está analizando. Si estas curvas se grafican en escala logarítmica, tanto para R como para A, se observa que tienen la misma forma y están trasladadas en el eje de A de acuerdo al valor particular de B (figura 1).

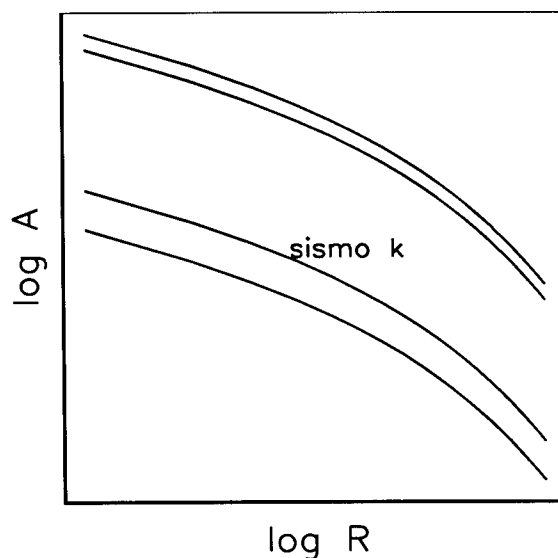


Fig. 1 Resultado esquemático de la primera etapa de la regresión en dos etapas

En la segunda etapa, los  $B(k)$  se ajustan por mínimos cuadrados a un polinomio dependiente de la magnitud, y que en el caso más sencillo es de primer orden (figura 2):

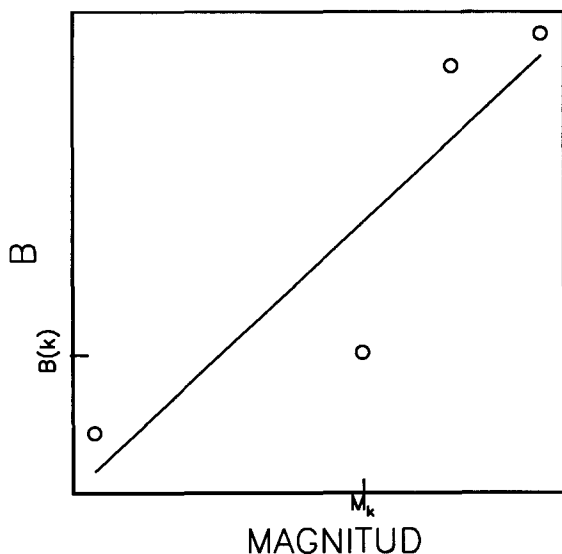


Fig. 2 Resultado de la segunda etapa de la regresión en dos etapas, si el polinomio dependiente de la magnitud fuera de primer orden.

$$B(k) = \alpha_0 + \alpha_1 * M_k \quad (8)$$

Bajo este esquema sólo es posible considerar como datos a los temblores que han sido registrados por dos o más estaciones.

### REGRESION BAYESIANA

Los métodos anteriores, y cualquier otro que surja de la estadística clásica, son bastante rígidos en el sentido de que los resultados son exclusivamente competencia de los datos, por lo que, en ciertos casos, una alteración pequeña de éstos puede repercutir considerablemente en aquellos. Muy poco conocimiento teórico es susceptible de ser introducido en el proceso y esto de manera por demás forzada (por ejemplo, fijando algún coeficiente de antemano).

El teorema de Bayes (Ang y Tang, 1975) es una formulación idónea para estimación de parámetros cuando se quiere combinar de

manera sistemática varias fuentes de información, y cuyo enunciado más sencillo es el siguiente: "Sea  $\theta$  un conjunto de parámetros que necesitan ser determinados para explicar cierto fenómeno del cual se tienen datos observados  $\epsilon$ . Entonces, la probabilidad de que  $\theta$  tome ciertos valores  $\theta_i$  teniendo a  $\epsilon$  como evidencia,  $p(\theta = \theta_i | \epsilon)$ , es proporcional al producto de la probabilidad de obtener los resultados  $\epsilon$  suponiendo que  $\theta = \theta_i$ ,  $L(\epsilon | \theta = \theta_i)$ , y la probabilidad de que  $\theta$  sea en realidad  $\theta_i$ ,  $p(\theta = \theta_i)$ ".

$$p(\theta = \theta_i | \epsilon) \propto L(\epsilon | \theta = \theta_i) p(\theta = \theta_i) \quad (9)$$

El primer término del lado derecho, llamado verosimilitud, aporta con una estimación de los parámetros de interés basada por completo en los datos; el segundo es la probabilidad previa, la cual se asigna con base en la intuición, experiencia y resultados de estudios, teóricos o experimentales, relacionados al fenómeno que se investiga. El lado izquierdo de la ecuación anterior es la probabilidad posterior y constituye una estimación mejorada de los parámetros. Si estos parámetros se tratan como variables aleatorias, las probabilidades se cambian por sus respectivas funciones de densidad de probabilidad.

En el caso de las leyes de atenuación, las incógnitas son  $\alpha_i$  ( $i=0,1,..$ ) y el error  $\epsilon$ . Una hipótesis generalmente aceptada es que este error (calculado como se mencionó en la regresión en una etapa) es una variable aleatoria con distribución normal de media cero y desviación estándar  $\sigma$ . Entonces, utilizando el teorema de Bayes, el planteamiento es:

$$p(\alpha, \sigma | \epsilon) \propto L(\epsilon | \alpha, \sigma) p(\alpha, \sigma) \quad (10)$$

Si se supone, además, que las observaciones son independientes la verosimilitud está dada por:

$$L(\epsilon | \alpha, \sigma) p(\alpha, \sigma) = h^{n/2} \exp\left(-\frac{h}{2} \epsilon^T \epsilon\right) \quad (11)$$

donde  $n$  es el número de datos y  $h = 1/\sigma^2$  es la precisión.

Ordaz (1992) y Ordaz *et. al.* (1992) aplicaron esta metodología para estimar leyes de atenuación utilizando como funciones de densidad

previas las conjugadas naturales, hecho que simplifica el manejo matemático del problema (Broemling, 1985). En este caso, los parámetros previos se calculan fijando los valores de  $r', \lambda', \alpha', R'$ , y son tales que se cumplen las ecuaciones (12), donde  $E(\cdot)$  es el valor esperado,  $c(\cdot)$  el coeficiente de variación,  $COV(\cdot)$  la matriz de covarianzas y  $R$  es una matriz que contiene las correlaciones entre los  $\alpha$ 's. Los parámetros posteriores que resultan están dados por las ecuaciones (13) y (14).

$$E(h) = \frac{r'}{\lambda'}, c^2(h) = \frac{1}{r'}, E(\alpha) = \alpha', R' \cdot COV(\alpha) = \frac{\lambda'}{r'-1} \quad (12)$$

$$r'' = r' + \frac{n}{2}, \lambda'' = \lambda' + (\alpha'^T R' \alpha' - \alpha''^T R'' \alpha'' + y^T y) / 2 \quad (13)$$

$$R'' = R' + X^T X, R'' \alpha'' - \alpha'' = R' \alpha' + X^T y \quad (14)$$

Los momentos de primer y segundo orden posteriores se calculan con las ecuaciones (12) cambiando ' por '' .

Refiriéndonos nuevamente a la ecuación (3), los momentos de primer y segundo orden de la ecuación predictiva, a partir de un  $x = (1, M, \log R, R)$ , son:

$$E(\log A | \epsilon, x) = x \alpha'' \quad (15)$$

$$VAR(\log A | \epsilon, x) = \frac{\lambda''}{(r'' - 1) [1 - x (R'' + x^T x)^{-1} x^T]} \quad (16)$$

donde  $VAR(\cdot)$  es la varianza.

Cabe anotar que los coeficientes  $\alpha_i$  así calculados son variables aleatorias, y no solo reflejan los datos sino también el punto de vista teórico y la experiencia del investigador, contenidos en la información previa.

### EJEMPLO

Considere los datos indicados en el anexo 1. Son un total de 27 sismos registrados por una

o más estaciones (Figura 3), de los cuales 11 tienen registros de 2 o más estaciones (Figura 4). La distancia hipocentral está entre 6 y 210 Km y la magnitud entre 3 y 7.6, la cual está especificada por una o más de las  $M_S, M_L, M_D$  o  $m_b$  (el valor tomado para los cálculos ha sido priorizado en ese orden).

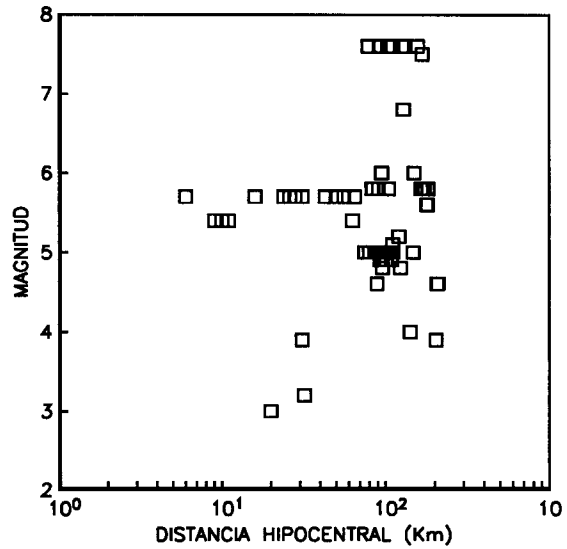


Fig. 3 Eventos registrados por una o más estaciones (27 sismos - 83 datos)

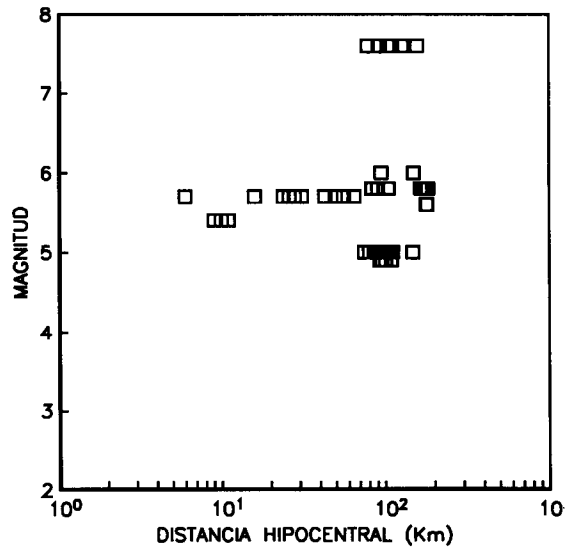


Fig. 4 Eventos registrados por dos o más estaciones (11 sismos - 67 datos)

Se selecciona la ecuación (4) como modelo teórico de atenuación con  $R_x=100$  Km y la media geométrica de las dos componentes horizontales como medida de intensidad, es decir,  $A=(A_1^2+A_2^2)^{1/2}$ . Los parámetros a determinar son  $h_1, h_2, \alpha_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ). El error a que se hará mención es el error típico medio,  $\epsilon$ , que mide la diferencia entre las  $n$  aceleraciones de dato,  $A$ , y las correspondientes calculadas,  $A_c$ :

$$\epsilon = \frac{1}{n} \sum \log^2 \left( \frac{A_c}{A} \right) \quad (17)$$

El problema se convierte en una regresión no lineal ya que no se conocen en primera instancia  $h_1$  y  $h_2$ , siendo necesario hacer iteraciones sobre éstos o empleando algún otro método alternativo.

Para las regresiones en una y dos etapas se contemplan dos casos: el primero cuando se fija  $\alpha_2 = -1$  con anterioridad y el segundo cuando se deja libre. La intención de estas opciones es observar los cambios en los parámetros cuando se introduce la información teórica de que, en un medio continuo y homogéneo las ondas de cuerpo se atenúan con el inverso de la distancia. A cada caso los denominaremos regresión restringida y no restringida, respectivamente.

Para la segunda etapa de la regresión que contempla dos se toma un polinomio de primer orden dependiente de la magnitud (ver ecuación (8)).

Mediante iteraciones de regresión en una etapa restringida se encuentran un conjunto de  $h_1, h_2$  que son discriminados, en principio, a aquellos que producen valores negativos de  $\alpha_3$ , y luego a los que conducen a radios equivalentes de falla cercanos a la realidad y a un error típico medio menor posible. Bajo estas restricciones se selecciona  $h_1=1.0$  y  $h_2=0.47$ , que se mantienen para las otras alternativas de regresión.

En el método bayesiano, los coeficientes previos son descritos por sus valores esperados y varianzas. Los valores esperados,  $E$ , en este ejemplo, corresponden al modelo de atenuación de ondas propuesto por Brune (1970) con los siguientes parámetros: caída de esfuerzos=100 bares, densidad=2.8 gr/cm<sup>3</sup>, velocidad de ondas  $S=3.2$  Km/s, patrón de radiación=0.55, factor de partición de la energía=0.7 y factor de amplificación por superficie libre=2. Así, se encuentra:  $E[\alpha_0]=2.30$ ,  $E[\alpha_1]=0.30$ ,  $E[\alpha_2]=-1.0$ ,  $E[\alpha_3]=-4.0e-3$ . Las varianzas previas se fijan con el criterio de que hay un 90% de probabilidad de que los coeficientes puedan alejarse del valor esperado hasta 1.7 veces la desviación estándar. Como se trata de una regresión en una sola etapa, la verosimilitud es calculada con todos los sismos registrados por una o más estaciones.

En el cuadro 1 se presenta un resumen de los coeficientes calculados y en las figuras 5, 6 y 7 las curvas de atenuación para magnitud 4, 5, 6 y 7.

Cuadro 1 Coeficientes de la ley de atenuación calculados con las diferentes alternativas

ALTERNATIVA	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\epsilon$
UNA ETAPA no restringida	2.81	0.215	-1.09	+2.06e-04	0.26
UNA ETAPA restringida	2.69	0.214	-1.00	-2.18e-04	0.26
DOS ETAPAS no restringida	1.88	0.280	-0.74	-9.81e-04	0.26
DOS ETAPAS restringida	2.30	0.280	-1.00	-2.67e-04	0.25
BAYES valores esperados	2.74	0.212	-0.99	-9.43e-04	0.26

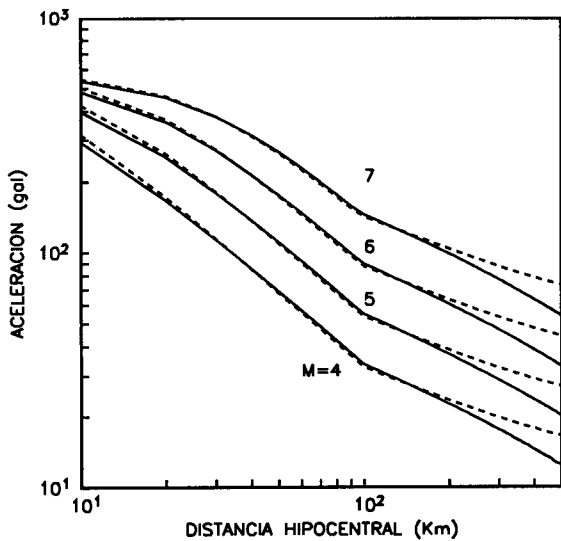


Fig. 5 Regresión en una etapa (-)no restringida y (---)restringida. Atenuación para M=4 a 7

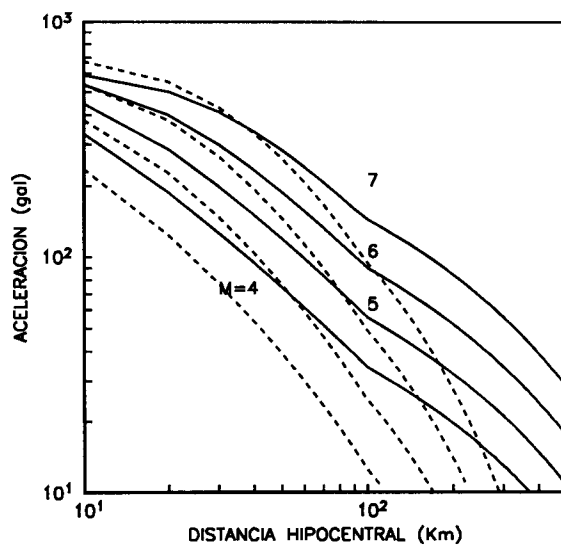


Fig. 7 Regresión bayesiana (-)previa (---)posterior. Atenuación para M=4 a 7

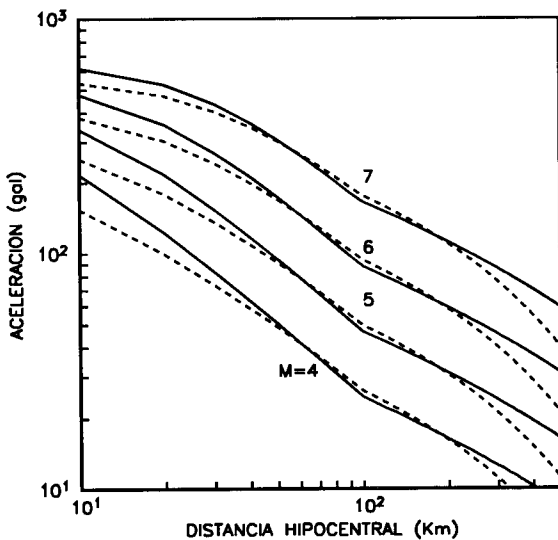


Fig. 6 Regresión en dos etapas (-)no restringida (---)restringida. Atenuación para M=4 a 7

## CONCLUSIONES

Se han expuesto varios procedimientos semi-empíricos para la obtención de leyes de atenuación, es decir, que someten la información disponible a ecuaciones funcionales congruentes con el fenómeno físico en cuestión. Todos ellos utilizan como método genérico regresiones de los datos observados, cuya aplicación produce diferentes resultados.

La regresión en una etapa puede arrojar coeficientes inaceptables desde el punto de vista físico aunque las amplitudes y la forma de las curvas de atenuación reflejen los datos. La alternativa de dos etapas separa las incertidumbres relacionadas a la magnitud y a la distancia y es aplicable siempre y cuando se cuente con temblores registrados por dos o más estaciones.

El método basado en el teorema de Bayes resulta atractivo porque se pueden incorporar de manera racional otras fuentes de conocimiento diferentes a las observaciones. Tiene la particularidad de reproducir las tendencias de los datos cuando ellos son suficientes y de variarlas de acuerdo con los parámetros



previos en caso contrario. Sea cual fuere el caso, tal información previa debe ser seleccionada cuidadosamente a la luz de la teoría y de la experiencia.

Se recalca que, dada la naturaleza semiempírica de estos procedimientos, las extrapolaciones a rangos alejados de los especificados por los datos necesitan tomarse con extrema precaución.

## REFERENCIAS

- Ang, A. y W. Tang** (1975). *Probability concepts in engineering planning and design*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Atkinson, G. y D.M. Boore** (1990). Recent trends in ground motion and spectral response relation for North America, *Earthquake Spectra* 6, 15-35.
- Bender, B.** (1987). Effects of observational errors in relating magnitud scales and fitting the Gutenberg-Richter parameter, *Bull. Seism. Soc. Am.* 77, 1400-1428.
- Benjamin, J.R. y C.A. Cornell** (1970). *Probability, statistics and decision for civil engineers*, McGraw-Hill, Inc., New York.
- Boore, D.M.** (1986). The effects of finite bandwidth on seismic scaling relationships, *Earthquake Source Mechanics*, Geophysical monograph 37, 275-283.
- Broemling, L.D.** (1985). *Bayesian analysis of linear models*, Marcel Dekker, Inc., New York.
- Brune, J.N.** (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.* 75, 4997-5009.
- Bufaliza, M.** (1984). Atenuación de intensidades sísmicas con la distancia en sismos mexicanos, *tesis de maestría*, UNAM, México.
- Castro, R., J.G. Anderson y S.K. Singh** (1990). Site response, attenuation and Source spectra of S waves along the Guerrero, Mexico, subduction zone, *Bull. Seism. Soc. Am.* 80, 1481-1503.
- Draper, N.R. y H. Smith** (1966). *Applied regression analysis*, Wiley, New York.
- Esteva, L.** (1968). Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico, Universidad Nacional Autónoma de México, *Reporte Instituto de Ingeniería* 182.
- Esteva, L. y R. Villaverde** (1973). Seismic risk, desing spectra and structural reliability, *Proc. 5th World Conf. Earthq. Eng.*, Rome, 2586-2597.
- Gutenberg, B.** (1945a). Amplitud of surface waves and magnitud of shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* 35, 3-12.
- Gutenberg, B.** (1945b). Amplitudes of P, PP and S and magnitudes of shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* 35, 57-69.
- Hanks, T.H. y H. Kanamori** (1979). A moment magnitud scale, *J. Geophys. Res.* 84, 2348-2350.
- Hanks, T.H. y R. McGuire** (1981). The character of high-frecuency strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 71, 2071-2095.
- Hines, W. y D.C. Montgomery** (1972). *Probability and statistics in engineering and management science*, Jonh Wiley & Sons, Inc., New York.
- Joyner, W. y D.M. Boore** (1981). Peak horizontal acceleration and velocity from strong-motions records including record from the 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* 71, 2011-2038.
- Knopoff, L.** (1964). Q, *Institute of Geophysics and Planetary Physics*, University of California 391, 625-660.
- Milne, W.G. y A.G. Davenport** (1969). Earthquake probability, *Proc. 4th World Conf. Earthq. Eng.*, Santiago.
- Ordaz, M.** (1992). Estimación de movimientos fuertes provocados por temblores mexicanos de subducción, *tesis doctoral*, UNAM, México DF.

- Ordaz, M. y S.K. Singh** (1992). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City, *Bull. Seism. Am. Soc.* 82, 24-43.
- Ordaz, M., S.K. Singh y A. Arciniega** (1992). Bayesian attenuation regressions: an application to Mexico City, *submitted to Geoph. Jour. Int.*
- Richter, C.F.** (1935). An instrumental earthquake magnitude scale, *Bull. Seism. Soc. Am.* 25, 1-32.
- Singh, S.K. y J. Lermo** (1984), Mislocation of mexican earthquakes as reported in International Bulletins, *REVISTA GEOFISICA* 21, México.
- Singh, S.K., M. Ordaz, J.G. Anderson, M. Rodríguez, R. Quaas, E. Mena, M. Ottaviani y D. Almora** (1989). Analysis of near-source strong-motion recordings along the mexican subduction zone, *Bull. Seism. Soc. Am.* 79, 1697- 1717.
- Singh, S.K. y M. Ordaz** (1993). La medida de los temblores. *Ciencias de la Tierra Hoy*, Fondo de Cultura Económica, México DF. (*a ser publicado*).
- Utsu, T. y A. Seki** (1955). A relation between the area of after-shock region and the energy of main shock, *J. Seism. Soc. Japan* 7, 233-240.

## ANEXO 1 - Datos del ejemplo

FECHA	LAT LAT	LONG LONG	PROF ELEV	M <sub>L</sub> PGA-1	M <sub>S</sub> PGA-2	m <sub>b</sub> PGA-3	M <sub>D</sub> SITIO	#EST NIVEL
19910422	9.633	-83.148	23.5	6.6	7.6	6.3	-	9
	9.867	-83.925	1445	249.76	128.01	211.83	S	1
	9.842	-83.805	1010	137.69	55.95	86.35	R	1
	9.848	-84.314	1105	85.86	61.57	63.34	S	1
	9.938	-84.078	1155	71.54	33.43	58.7	H	0
	10.07	-84.5	-	265.7	193.7	761.3	S	1
	9.87	-84.038	1240	102.09	41.77	73.07	R	1
	9.916	-84.099	1130	121.32	53.27	78.36	S	1
	10.019	-84.22	950	108.46	43.98	114.23	H	1
	9.937	-84.054	1200	143.18	117.26	190.63	S	1
19901222	9.91	-84.31	4.8	5.7	5.7	5.3	-	12
	9.867	-83.925	1445	235.02	115.44	299.25	S	1
	9.912	-83.922	1545	106.65	45.14	78.03	H	1
	9.842	-83.805	1010	39.8	20.16	30.72	R	1
	9.938	-84.078	1155	120.63	65.08	113.41	H	0
	10.088	-84.482	1105	166.05	97.69	178.94	S	1
	9.938	-84.078	1155	122.49	55.23	163.48	H	0
	9.87	-84.038	1240	162.6	65.92	75.31	R	1
	9.976	-84.755	4	40.09	36.78	44.15	S	1
	9.916	-84.099	1130	176.94	77.6	229.06	S	1
	10.019	-84.22	950	271.95	208.65	426.48	H	1
	9.943	-84.322	-	494.6	205.6	367.4	R	1
	9.321	-84.33	-	881.9	218.9	632.6	S	1
19760204	15.05	-89.73	50	-	7.5	6.2	7.5	1
	13.7	-89.18	-	49.67	14.59	41.55	S	1
19791027	13.08	-90.08	50	-	6.8	5.7	6.7	1
	13.7	-89.18	-	44.36	-	22.74	S	1
19861010	13.67	-89.18	8	-	5.4	5	5.4	6
	13.71	-89.17	662	525.83	454.15	394.82	S	1
	13.7	-89.17	616	691.17	391.19	414.43	S	1
	13.72	-89.21	705	704.12	365.1	-	S	1
	13.71	-89.24	838	311.55	147.1	214.86	H	1
	13.7	-89.21	703	334.5	251.54	459.24	H	0
	13.68	-89.24	797	416.88	231.14	381.28	H	1
19880313	12.97	-89.47	30	-	-	4.9	-	2
	13.65	-88.79	380	20.89	8.43	14.51	S	1
	13.72	-89.21	705	24.27	22.16	-	S	1
19881103	13.88	-90.45	69	-	6	5.6	5.4	2
	13.92	-89.85	749	122.73	47.63	90.29	S	1
	13.68	-89.24	797	57.56	25.15	38.42	H	1

*Jorge Arboleda y Mario Ordaz*

FECHA	LAT LAT	LONG LONG	PROF ELEV	M <sub>L</sub> PGA-1	M <sub>S</sub> PGA-2	m <sub>b</sub> PGA-3	M <sub>D</sub> SITIO	#EST NIVEL
19881104	13.78	-90.92	86	-	-	5.2	4.6	1
	13.92	-89.15	749	24.15	15.48	-	S	1
19910313	12.73	-87.99	60	-	4.6	4.8	4.2	1
	13.31	-87.86	360	200.91	74.99	120.32	R	1
19920121	14.14	-91.01	77	-	-	-	4	1
	13.9	-89.93	690	25.75	20.26	20.69	S	1
19920606	12.63	-88.53	80	-	-	-	4.8	1
	13.48	-88.47	-	15.88	9.15	16.03	H	1
19920702	14.05	-89.87	28	-	-	-	3.2	1
	13.98	-89.75	615	30.43	15.08	22.69	S	1
19920802	13.97	-89.73	20	-	-	-	3	1
	13.98	-89.75	615	25.56	17.42	17.41	S	1
19770903	12.54	-87.532	79	5	-	5.3	-	2
	12.33	-87.14	-	15	12.78	19	D	1
	12.61	-87.12	-	21.44	14.89	28.8	D	1
19770930	11.08	-85.98	47	5.4	-	5.2	-	1
	11.43	-85.85	-	45.37	30.43	66.04	D	1
19780412	12.48	-88	58	5.1	-	5.1	-	1
	12.333	-87.14	-	16.02	15.95	19.13	D	1
19780531	12.33	-87.72	55	5.8	-	-	-	14
	12.11	-86.13	-	38.84	33.16	60.16	D	1
	12.16	-86.27	-	24.3	16.65	21.23	D	1
	11.85	-86.2	-	19.42	12.62	21.88	D	1
	12.44	-86.9	-	49.8	49.1	72.16	D	1
	12.333	-87.14	-	82.86	46.88	70.34	D	1
	12.61	-87.12	-	125.18	74.48	167.67	D	1
	12.13	-86.27	-	27.72	17.73	35.24	D	0
	12.13	-86.3	-	57.44	33.68	65.02	D	1
	12.15	-86.21	-	53.89	83.12	70.68	D	1
	12.11	-86.25	-	37.36	13.01	31.52	D	1
	12.13	-86.27	-	59.5	69.23	70.18	D	1
	12.48	-87.17	-	56.05	29.97	80.06	D	1
	12.48	-87.17	-	89.26	38.49	75.77	D	1
	12.48	-87.17	-	70.56	28.23	76.82	D	1
19780720	11.98	-86.9	72	5.1	5	5.3	-	14
	12.11	-86.13	-	44.4	38.56	50.54	D	1
	12.16	-86.27	-	14.08	13.21	36.87	D	1
	11.85	-86.2	-	36.27	16.54	41.16	D	1
	12.44	-86.9	-	52.23	44.38	39.61	D	1

Leyes de atenuación a partir de ...

FECHA	LAT LAT	LONG LONG	PROF ELEV	M <sub>L</sub> PGA-1	M <sub>S</sub> PGA-2	m <sub>b</sub> PGA-3	M <sub>D</sub> SITIO	#EST NIVEL
	12.333	-87.14	-	56.64	42.94	63.1	D	1
	12.61	-87.12	-	59.88	39.21	72.51	D	1
	11.43	-85.85	-	16.51	17.3	41.06	D	1
	12.13	-86.3	-	35.08	22.53	41.68	D	1
	12.15	-86.21	-	51.2	19.46	36.06	D	1
	12.11	-86.25	-	46.68	26.08	52.52	D	1
	12.11	-86.25	-	14.71	14.17	26.97	D	1
	12.48	-87.17	-	82.05	30.1	49.63	D	1
	12.48	-87.17	-	77.81	12.86	48.58	D	1
	12.48	-87.17	-	101.59	30.49	60.64	D	1
19791001	11.97	-86.07	7	3.9	-	-	-	1
	12.16	-86.27	-	108.12	60.94	116.34	D	1
19800606	12.45	-87.88	46	4.9	-	-	-	1
	12.61	-87.12	-	46.42	17.16	61.32	D	1
19800713	9.81	-84.9	10	4.6	-	4.5	-	1
	11.43	-85.85	-	22.1	11.79	18.67	D	1
19800801	12.37	-87.88	52	4.9	-	5.2	-	2
	12.333	-87.14	-	37.54	21.35	30.58	D	1
	12.61	-87.12	-	87.39	16.74	46.72	D	1
19811014	12.38	-87.63	52	5	-	4.9	-	2
	12.333	-87.14	-	24.66	13.37	24.06	D	1
	12.61	-87.12	-	40.96	20.37	54.35	D	1
19811014	12.44	-87.87	52	4.8	-	4.8	-	1
	12.333	-87.14	-	23.55	13.79	29.2	D	1
19811020	12.97	-85.3	33	3.9	-	-	-	1
	12.61	-87.12	-	50.62	17.09	52.51	D	1
19830718	12.27	-87.83	63	-	-	5.6	-	2
	12.16	-86.27	-	21.36	10.41	20.5	D	1
	12.13	-86.3	-	41.49	22.77	60.41	D	1
19831019	12.38	-87.18	28	-	-	5.2	-	1
	12.11	-86.13	-	34.02	15.26	34.9	D	1

M<sub>s</sub>: magnitud de ondas superficiales; M<sub>L</sub>: magnitud local; M<sub>D</sub>: magnitud de onda coda; m<sub>b</sub>: magnitud de ondas de cuerpo.

LAT, LONG: Latitud, Longitud (grados).

PROF: profundidad del hipocentro (Km).

ELEV: altura sobre el nivel del mar a la que está situada la estación.

#EST: número de estaciones.

PGA-1, PGA-2, PGA-3: aceleración (gals) de canal 1, 2, 3.

SITIO: S-suelo, H-duro, R-roca, D-desconocido.

NIVEL: 0-cimentación, 1-nivel del suelo.

NOTA: El tipo de aparato es SMA-1.